

# 非因果的非線形フィードフォワードによる 昇圧コンバータの出力電圧軌道精密追従制御法

学生員 三好 正太\* 上級会員 大西 亘\*  
上級会員 古関 隆章\* 正 員 佐藤 基\*\*

## Output Voltage Precise Tracking Control for Boost Converters Based on Noncausal and Nonlinear Feedforward Control

Shota Miyoshi\*, Student Member, Wataru Ohnishi\*, Senior Member, Takafumi Koseki\*, Senior Member,  
Motoki Sato\*\*, Member

Boost converters are key components of DC power conversion used for electric mobility and renewable energy applications. In addition to constant voltage control of the output, variable voltage control has been attracting attention in recent years for high-efficiency drive of loads. However, the dynamic characteristics of boost converters exhibit nonlinear and nonminimum phase characteristics. Therefore, the inverse model for feedforward control is unstable, making high-precision voltage trajectory tracking control challenging. This study aims to present a noncausal and nonlinear feedforward controller to compensate for the nonlinear and nonminimum phase characteristics of the boost converter and to achieve perfect tracking control with respect to the output voltage trajectory. This study also establishes a method for identifying circuit parameters and deriving the time length of noncausal control input for practical implementation. The effectiveness of this control method is demonstrated by experiments using a boost converter.

**キーワード:** 昇圧コンバータ, 非最小位相系, 非因果的安定逆系, フィードフォワード制御, 線形パラメータ変動系

**Keywords:** boost converter, nonminimum phase system, noncausal stable inversion, feedforward control, Linear parameter-varying system

## 1. 序 論

昇圧コンバータは直流電圧を入力し, より高い直流電圧として出力するパワーエレクトロニクスの基本回路である。昇圧コンバータは, 主に蓄電池などの低電圧電源からモータ駆動に必要な高電圧を得る用途, 太陽電池や風力発電機のような電圧が変動する電源の電圧を平滑化する用途, 電力系統から直流を得る際の力率改善などに応用されている<sup>(1)</sup>。

昇圧コンバータの出力電圧はデューティ比を変えることによって積極的に変化することができる。しかしながら,

昇圧コンバータのデューティ比から出力電圧の特性は, 1) デューティ比をスケジューリングパラメータとする線形パラメータ変動 (LPV) 系であり非線形系であること, さらに 2) 非最小位相特性を持つこと<sup>(2)</sup>, が知られている。1) の非線形性は, 見通しの良い線形制御による制御系設計を難しくし, 2) の非最小位相特性は, 指令値追従に有用なフィードフォワード制御器に用いられる逆系を不安定にし, さらに出力の過渡応答に逆応答 (アンダーシュート) をもたらす。したがって, 昇圧コンバータの高精度な出力電圧の軌道追従制御は難しい。

このため, 電気駆動の分野では, 昇圧コンバータの定電圧電源としての応用およびそのための制御技術が多く開発されてきた。一方で近年では, 電気自動車をはじめとするモータ駆動における可変速度駆動において, DC リンク電圧を積極的に変化させる運転法が注目されており, 多くの研究がなされている<sup>(3)~(5)</sup>。モータ駆動においては, 高速度において上昇する逆起電力に対し DC リンク電圧を上げることでモータの動作速度領域の拡大<sup>(3)</sup>, 弱め界磁制御を用いないことによる永久磁石同期機の高効率駆動<sup>(4)</sup> が可

\* 東京大学

〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1

The University of Tokyo

7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo, 113-8656, Japan

\*\* 東洋電機製造株式会社 横浜製作所

〒236-0004 横浜市金沢区福浦 3-8

Toyo Denki Seizo K.K.

3-8 Fukuura, Kanazawa-ku, Yokohama City, Kanagawa, 236-

0004, Japan

能となる。さらに、動作速度に応じて DC リンク電圧を可変することで、パルス振幅変調制御によるスイッチング損失の削減を目指した研究も存在する<sup>(6)</sup>。また、モータ駆動中の DC リンク電圧の変動を許容し、積極的に制御することで、平滑キャパシタの容量を削減できることも示されている<sup>(7)</sup>。このように、昇圧コンバータによる可変出力電圧制御の重要性が増している。

昇圧コンバータの非最小位相特性を考慮した可変電圧制御手法を大別すると、スイッチングによる回路および状態方程式の切り換えに注目した手法と、状態空間平均化法により得られる昇圧コンバータの 1 周期平均電圧、電流が従う状態空間について制御理論を適用する方法がある。前者のスイッチング特性に注目した方法には、スライディングモード制御<sup>(8)(9)</sup> が代表的なものとしてある。計測された電流、電圧と各スイッチング状態における状態方程式を基に次の時刻のスイッチの状態を定める方法を設計する。スイッチングの 1 周期における状態の変化に注目する離散時間制御法として、デッドビート制御<sup>(10)</sup> があり、デューティ比を入力として電圧、電流の 1 周期毎の状態変化を漸化式で表し、指令値を実現するためのデューティ比入力を解く。これらの離散時間、スイッチングを直接扱う制御に対し、制御器設計問題を連続時間に緩和した制御法は取り扱いが容易であることから、様々な検討がなされている。昇圧コンバータに対し状態空間平均化法<sup>(11)</sup> により、デューティ比をスケジューリングパラメータとする線形パラメータ変動システムとして、電圧、電流の 1 周期平均値が従う状態空間を得ることができる。この状態空間に注目する制御法には、動作点を設定して線形近似したモデルに対する線形フィードバック制御<sup>(12)(13)</sup> をはじめとして、制御入力の座標変換と出力のフィードバックにより入出力間を線形システムに見せかけるフィードバック線形化<sup>(14)(15)</sup>、非線形のノミナルモデルを用いてモデル化誤差をフィードバックする内部モデル制御<sup>(16)~(18)</sup> が非線形補償として線形フィードバック制御と組み合わせ用いられる。フィードバック制御器自身を非線形性に対応させる手法として、フィードバック制御器のゲインをスケジューリングパラメータにより可変するゲインスケジューリング制御<sup>(19)</sup>、動的なシステム同定に基づく適応制御<sup>(20)(21)</sup> がある。計算機の実力が向上した現在ではモデル予測制御が提案されている<sup>(22)(23)</sup>。これらのフィードバックを基にした制御手法によって向上される性能は主として外乱抑圧性能、ロバスト性であり、指令値追従性能の向上はフィードバック制御だけでは不十分である。

指令値追従性能を向上するには制御対象の逆系に基づくフィードフォワード制御が効果的であるが、昇圧コンバータの状態空間は前述の通り非最小位相特性を示し、逆系が不安定となる。このような、逆系が不安定なシステムに対しては、非因果的な畳み込み演算により、安定解が得られることが知られている<sup>(24)(25)</sup>。著者らは非最小位相の線形時不変系に対し、連続時間に由来する零点と離散化に由来

する零点を独立に処理し安定逆系を設計する手法を提案した<sup>(26)</sup>。さらに、これを非線形系である昇圧コンバータに適用するため、複数の動作点近傍における線形近似モデルによる非因果的安定逆系を内挿することにより、従来法に比べアンダーシュート・オーバーシュートを抑制する手法である *Interpolated linear preactuation* を提案したが<sup>(27)</sup>、近似誤差により完全追従には至っていない。また、昇圧コンバータの周期的な電圧指令値軌道に対し非線形な非因果的安定逆系を演算する手法は文献<sup>(28)</sup> において提案されているが、本論文では非周期的な、定常状態間の任意の出力電圧変化への追従を扱う。

**【仮定 1】(出力電圧の形状)** 本論文が対象とする出力電圧変化は、昇圧コンバータの 2 つの定常状態の間における任意波形の出力電圧変化への追従である。

本研究では、昇圧コンバータの出力電圧平均値に対し、連続時間の意味で完全追従制御を達成する制御法である、*Nonlinear preactuation* を提案する。本手法は、昇圧コンバータの非線形な連続時間 LPV モデルに対し、厳密な非因果的安定逆系を演算することで、出力電圧指令値に対し完全追従を達成するデューティ比を演算する。離散化におけるホールド特性は、0.5 サンプル進みとして、近似的な補償を行った。非因果的安定逆系が利用可能である前提条件として、以下の条件を仮定する。

**【仮定 2】(Preactuation)** 未来の出力電圧指令値が既知であり、かつ制御入力を出力電圧指令値が変化する前に印加することができる。これを本論文では *Preactuation* と呼ぶ。

また、この未来とは、理論上は無限時間先までの未来であるが、付録 2 および 3 に示すように、実用上は昇圧コンバータの負荷やインダクタンスなどの回路パラメータによって規定される不安定零点の時定数に対応した整定時間までの未来で十分である。この仮定は、普及しつつある鉄道や自動車の自動運転や、事前に動作を決定する工作機械などにおいて満たされる場合があると考えられる。出力電圧を目標値に完全に追従させるためには、提案法によりデューティ比のフィードフォワード制御入力を計算する時間と、提案法により出力電圧を変化させるより前にデューティ比を変化させる *Preactuation* の時間の総和の時間以上の余裕時間<sup>†</sup>が、実際に出力電圧を変化させる時刻に対して必要である。しかしながら、自動車や鉄道の自動運転において、走行に対する外乱が加わり走行中に速度軌道を更新するような場合に、目標速度軌道の計算から動作の開始までの時間が十分にとれないケースの存在も想定される。このような、目標値軌道の与えられる時刻と出力の変化

<sup>†</sup> 3 章に示す提案法の制御入力の計算は、Fig. 7 のように微分方程式を数値解法により時間軸順方向に 1 回、時間軸逆方向に 1 回、代数方程式を 1 回それぞれ解くことから成り立ち、最適化計算を含まないため計算量は多くない。したがって、制御器の計算性能と、回路パラメータに依存する *Preactuation* の整定時間にもよるが、提案法の所要時間の内で *Preactuation* を実行する時間が支配的である。

開始時刻の間が Preactuation のための余裕時間よりも短い場合、付録 2 により概算される Preactuation の整定時間の分、出力電圧が目標値に対し時間遅れを持って追従することを許容すれば、指令値に対するオーバーシュートやアンダーシュートが発生しない Delayed tracking が実現可能であり、この場合でも実用性があると考えられる。加えて、実用上 Preactuation を短い有限時間で打ち切る場合についても追従性能の変化の解析を行い、付録 3 に示す。

本研究の貢献を以下に示す。

- (1) 第 3.1 節において、昇圧コンバータのエネルギー蓄積素子の蓄積瞬時電力バランスに注目した非線形微分方程式を解くことで、昇圧コンバータのデューティ比から出力電圧までの非因果的安定逆系を定式化した。
- (2) 第 3.2 節において、(1) で構築した昇圧コンバータの非因果的安定逆系理論に基づきフィードフォワード制御器を設計する方法を提案した。
- (3) 本論文で扱うようなフィードフォワード制御は一般にパラメータの誤差に対し脆弱であり、高精度な出力追従を実現するには同程度以上の制御対象のパラメータの精度が必要になる。フィードフォワード制御器の性能を最大限発揮するための、実用的な回路パラメータの同定手法を第 4 章において提案した。
- (4) 第 5 章において、実物の昇圧コンバータを用いた実験的検証により、Nonlinear preactuation により出力電圧指令値に対する高精度な追従制御が実現可能であることの確認を行った。

## 2. 問題の定義

**〈2・1〉 昇圧コンバータのモデル化** 本論文では、昇圧コンバータの制御にあたり、状態空間平均化法により得られる連続時間モデルを利用する。状態空間平均化法<sup>(11)(29)</sup>は、スイッチを内部に持つシステムについて、状態の切り換え周期に対して十分長い時間に対する振る舞いを記述するのに有効である。

本研究が対象とする昇圧コンバータの回路図を Fig. 1 に示す。研究対象の昇圧コンバータの負荷として、先行研究<sup>(8)(18)(28)</sup>に倣い、実験検証の容易な定抵抗負荷を採用した。Fig. 1 の回路における状態変数としてインダクタ電流  $i_L(t)$ 、キャパシタ電圧  $v_C(t)$  をとり、制御入力として TR1 のオン、TR2 のオフデューティ比  $d(t)$ 、出力として出力電圧  $v_o(t)$  をとる。昇圧コンバータのスイッチング波形を Fig. 2 のようにとる。

この回路の状態空間平均化法による状態方程式を導く。変数の表記として、状態空間平均化法により得られる状態変数、出力変数を  $i_L, v_C, v_o$ 、TR1, TR2 のスイッチングを考慮した電圧、電流値を  $i_{Lsw}, v_{Csw}, v_{osw}$ 、スイッチングを考慮した電圧、電流値の 1 周期平均値を  $i_{Lmean}, v_{Cmean}, v_{omean}$  と書く。Fig. 1 の回路の状態空間平均化モデルは  $i_L, v_C, v_o$

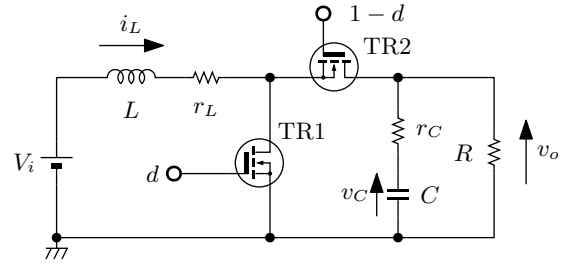


Fig. 1. The circuit schematic of the boost converter as the control object.

により、次の式 (1)、式 (2) のように導かれる<sup>(11)†</sup>。

ただし、式 (1)、式 (2) は電流連続モードにおいてのみ成立する。本論文では、電流連続モードによる動作を仮定する。Fig. 1 の 2 つのスイッチング素子が両方トランジスタである回路構成においては、全ての出力電圧の条件について電流連続モードで動作する。

**【仮定 3】(動作モード)** 昇圧コンバータは電流連続モードで動作する。

$$\begin{pmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_C \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} i_L \\ v_C \end{pmatrix} + \mathbf{b} V_i, \quad (1)$$

$$v_o = \mathbf{C} \begin{pmatrix} i_L \\ v_C \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\frac{r_L}{L} - \frac{(1-d)r_C R}{L(r_C+R)} & -\frac{(1-d)R}{L(r_C+R)} \\ \frac{(1-d)R}{C(r_C+R)} & -\frac{1}{C(r_C+R)} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \frac{(1-d)r_C R}{r_C+R} & \frac{R}{r_C+R} \end{pmatrix}$$

状態空間平均化法により得られる状態変数  $i_L, v_C, v_o$  は、元の回路方程式における状態変数の前後半周期の 1 周期平均

$$\begin{pmatrix} i_{Lmean}(t) \\ v_{Cmean}(t) \\ v_{omean}(t) \end{pmatrix} = \int_{t-\frac{T_s}{2}}^{t+\frac{T_s}{2}} \begin{pmatrix} i_{Lsw}(t) \\ v_{Csw}(t) \\ v_{osw}(t) \end{pmatrix} dt \quad (3)$$

をスイッチング周期  $T_s$  の 1 次の精度で近似することを付録 1 に示す。

**〈2・1・1〉 昇圧コンバータの定常状態** 昇圧コンバータの定常状態  $(I_L, V_C, V_o, D)$  は式 (1) の左辺を 0 とおくことで

$$\begin{pmatrix} I_L \\ V_C \end{pmatrix} = \mathbf{A}^{-1}(D) \mathbf{b} V_i, \quad V_o = \mathbf{C}(D) \mathbf{A}^{-1}(D) \mathbf{b} V_i \quad (4)$$

† Fig. 1 の回路において、TR1, TR2 が共通のオン抵抗  $r_{on}$  を持つ場合、TR1 オン時、TR2 オン時の 2 つの動作状態のいずれにおいても  $r_{on}$  が  $r_L$  に直列に加わる形になるため、 $r_{on}$  を  $r_L$  に含めてモデル化できる。また、スイッチング素子のデッドタイムにおいて、実用上付加される TR2 の逆並列ダイオードにより TR2 における昇圧コンバータの入力から出力側への導通が確保されるため、デッドタイムについては TR2 オンの状態の時間が一定時間増えることに対応する。

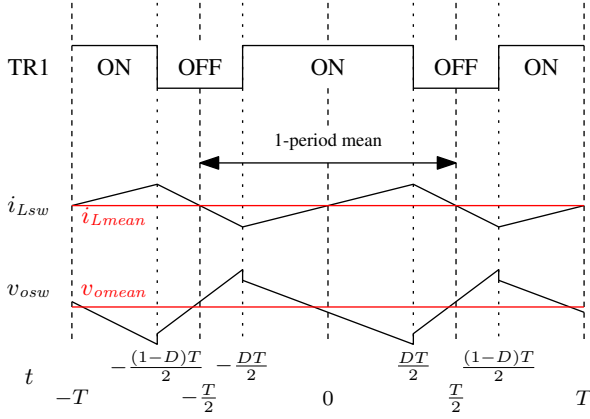


Fig. 2. Switching waveform to control the boost converter.

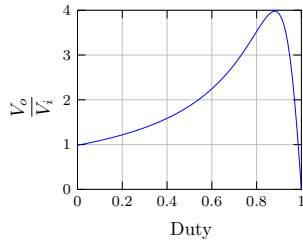


Fig. 3. Steady state characteristic between duty cycle and step-up ratio of the boost converter.

により求められる<sup>(30)</sup>。第4章に後述するシステム同定において定常状態の式(4)をデューティ比の定常値 $D$ について具体的に解いた結果が必要になるため、第4章の式(20), (21)に解いた結果を示す。式(4)は定常状態を定める $I_L, V_C, V_o, D$ の4変数に対し3つの独立な方程式が存在するため、いずれか1つを任意に決定すると他の変数値が定まる。例として、出力電圧とデューティ比の関係はFig. 3のようになる。

**〈2・1・2〉昇圧コンバータの小信号解析** 昇圧コンバータの動特性を解析するために、入力変数 $d$ の微小変化 $\Delta d$ に対する $i_L, v_C, v_o$ の微小変化 $\Delta i_L, \Delta v_C, \Delta v_o$ を伝達関数の形で求める。著者らによる先行研究であるLinear interpolated preactuation<sup>(31)</sup>では、フィードフォワード制御器設計のためにこれらの小信号近似を用いていたが、本研究では小信号近似を直接用いることはせず、非最小位相特性の判別のみを用いる。

式(1), 式(2)から昇圧コンバータのある動作点 $(I_L, V_C, V_o, D)$ における小信号状態空間は

$$\begin{pmatrix} \Delta \dot{i}_L \\ \Delta \dot{v}_C \end{pmatrix} = \mathbf{A}(D) \begin{pmatrix} \Delta i_L \\ \Delta v_C \end{pmatrix} + \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial d}(D) \begin{pmatrix} I_L \\ V_C \end{pmatrix} + \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial d}(D) V_i \right) \Delta d \quad (5)$$

である。式(5)をLaplace変換すると

$$\begin{pmatrix} \frac{\Delta i_L}{sD} \\ \frac{\Delta v_C}{sD} \end{pmatrix} = (s\mathbf{I} - \mathbf{A}(D))^{-1} \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial d}(D) \begin{pmatrix} I_L \\ V_C \end{pmatrix} + \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial d}(D) V_i \right) \quad (6)$$

を得る。式(6)により $i_L, v_C$ の小信号特性が求められた。

次に $v_o$ の小信号特性を求める。 $v_C$ と $v_o$ の関係について、式(1)の第2行に $Cr_C$ をかけて式(2)を引くと

$$Cr_C v_C - v_o = -v_C \quad (7)$$

を得るから、両辺をLaplace変換して

$$V_o = (1 + Cr_C s) V_C \quad (8)$$

を得る。式(6)を具体的に書き下すと次のようになる<sup>(30)</sup>。

$$\frac{\Delta I_L}{\Delta D} = \frac{K_i \left( 1 + \frac{C(r_C + (1-D)R)(r_C + R)}{r_C + 2(1-D)R} s \right)}{1 + \frac{2\zeta s}{\omega_n} + \frac{s^2}{\omega_n^2}}, \quad (9)$$

$$\frac{\Delta V_C}{\Delta D} = \frac{K_v \left( 1 - \frac{L(r_C + R)}{(1-D)^2 R^2 - r_L(r_C + R)} s \right)}{1 + \frac{2\zeta s}{\omega_n} + \frac{s^2}{\omega_n^2}}, \quad (10)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{r_L R + r_L r_C + (1-D)r_C R + (1-D)^2 R^2}{LC(r_C + R)^2}},$$

$$\zeta = \frac{C(r_L R + r_L r_C + (1-D)r_C R) + L}{2\sqrt{LC(r_L R + r_L r_C + (1-D)r_C R + (1-D)^2 R^2)}},$$

$$K_i = \frac{(r_C + R)(r_C + 2(1-D)R)RV_i}{(r_L R + r_L r_C + (1-D)r_C R + (1-D)^2 R^2)^2},$$

$$K_v = \frac{(r_C + R)((1-D)^2 R^2 - r_L R - r_L r_C)RV_i}{(r_L R + r_L r_C + (1-D)r_C R + (1-D)^2 R^2)^2}$$

式(10)の零点は

$$(1-D)^2 R^2 > r_L(r_C + R) \quad (11)$$

が成立するとき非最小位相である。式(11)が成立するとき昇圧コンバータの動作点において $\frac{\partial V_o}{\partial D} > 0$ である。この条件は、Fig. 3においてデューティ比が昇圧比の最大値を取る値より低いことを意味する。通常、昇圧コンバータはこのデューティ比が増加すると出力電圧が増加する領域で動作するから、本論文では常にこの条件が成立すると仮定する。つまり、昇圧コンバータは常に非最小位相系として扱う。

**【仮定4】(動作領域)** 昇圧コンバータの動作領域は、昇圧コンバータのデューティ比から出力電圧までの動特性が非最小位相である領域に限定する。

小信号伝達関数の解析により、昇圧コンバータのデューティ比から出力電圧までの伝達特性としてFig. 4と以下に表される関係が示される。

- デューティ比からインダクタ電流までは最小位相(MP)
- デューティ比からキャパシタ電圧までは非最小位相(NMP)
- 上2つの特性より、インダクタ電流からキャパシタ電圧までは非最小位相
- 出力電圧はキャパシタ電圧の零点 $-1/Cr_C$ による1次進み

Fig. 5に、小信号伝達関数 $\frac{\Delta V_o}{\Delta D}$ の例を示す。ここで、Fig. 5の特性はスイッチング周波数より低い周波数におい

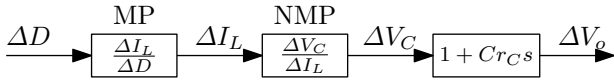


Fig. 4. The structure of small signal characteristics of the boost converter.

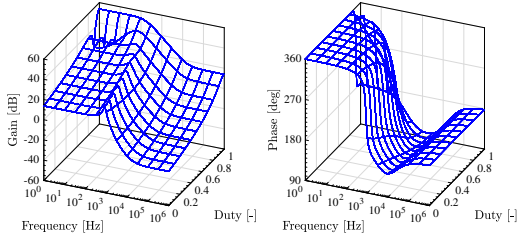


Fig. 5. Frequency characteristics of the continuous-time LPV system formulated in (1)–(2).

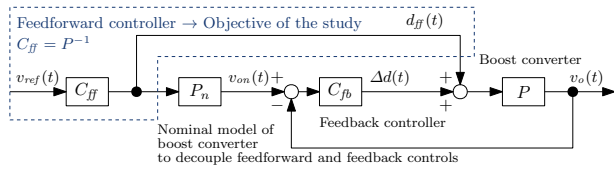


Fig. 6. Feedforward controller design problem.

て成立し、高周波においては PWM のホールド特性による位相遅延とゲイン変化を考慮する必要がある。

**〈2・2〉 制御器設計問題の定義** 本論文における制御器設計問題と評価基準を定義する。本論文が対象とする問題は、仮定 2 に示した未来の指令値が利用可能であることを前提として、Fig. 6 に示すような制御系において非線形な非因果的安定逆系による昇圧コンバータの高精度フィードフォワード制御を設計することである。ただし、高精度制御とは、連続時間制御の枠組みにおける指令値と出力が一致する完全追従制御とする。実際の昇圧コンバータは PWM に起因する離散時間系であるが、ある時刻における出力電圧の前後半周期の 1 周期平均値は状態空間平均化法により得られる出力電圧の値に対し PWM 周期の 1 次の精度で良く一致するため、評価するための値として式 (3) により計算される前後半周期の 1 周期平均値を採用する。1 周期平均値による評価はスイッチングに伴うリップルを十分平滑化した場合の電圧、電流値であるから、実用性がある。さらに、離散化におけるホールド特性は、0.5 サンプル進みとして、近似的な補償を行った。制御性能の評価を、オーバーシュート  $V_{os}$ 、アンダーシュート  $V_{us}$ 、出力電圧の追従誤差  $V_{error}$  の最大値の 3 点により行う。これらの値については、全て小さいほど制御性能が高いと評価する。それぞれの定義式を式 (12)、式 (13)、式 (14) に示す。

$$V_{os} = \max_t v_o(t) - V_{end} \quad (12)$$

$$V_{us} = \max_t V_{start} - v_o(t) \quad (13)$$

$$V_{error} = \max_t |v_o(t) - v_{ref}(t)| \quad (14)$$

但し、 $V_{start}$  は電圧指令値の始点、 $V_{end}$  は電圧指令値の終点、 $v_o(t)$  は出力電圧の 1 周期平均値、 $v_{ref}(t)$  は出力電圧指令値である。

### 3. Nonlinear preactuation を実現するフィードフォワード制御器設計

本章では昇圧コンバータの非因果的安定逆系を導出し、提案するフィードフォワード制御手法について原理と実装を述べる。

式 (1) に示す昇圧コンバータの非線形状態方程式は入力としてデューティ比  $d(t)$ 、出力としてインダクタ電流  $i_L(t)$ 、出力電圧  $v_o(t)$  を持つ。制御器設計の目標は与えられた出力電圧軌道  $v_o(t)$  に対し連続時間制御の意味で完全追従するデューティ比  $d(t)$  を生成することである。制御器設計の方針を以下に示す。以下の方針は昇圧コンバータ以外の多状態変数の LPV 系についても適用可能であると考えられる。

- (1) 昇圧コンバータの LPV の状態空間を求める。
- (2) 昇圧コンバータの状態変数間の小信号伝達特性を求め、非最小位相特性を持つ部分を見つける。
- (3) 昇圧コンバータの状態変数間に成り立つ微分方程式または代数方程式を求める。
- (4) 求めた方程式に対し、その変数間の関係が非最小位相特性ならば非因果的安定逆系を適用する。最小位相特性ならば、通常の微分方程式を解くように時間軸順方向に計算を行う。

上記 (1)–(4) の手順により、昇圧コンバータの出力電圧指令値  $v_o(t)$  から対応するデューティ比  $d(t)$  を求める。ただし、この方法では、(4) における非因果的安定逆系の計算により出力電圧変化より前にデューティ比を変化させる Preactuation と、最小位相系の安定逆系の計算により出力電圧が整定してからもデューティ比を変化させキャパシタ電圧を制御する Postactuation の必要がそれぞれ生じるが、これらは完全追従フィードフォワード制御に不可欠な制御入力である。

**〈3・1〉 昇圧コンバータの非線形非因果的安定逆系** 第 2.1.2 節に示す小信号解析により、インダクタ電流からキャパシタ電圧までが非最小位相特性を持つことが確認された。従って、この 2 つの状態変数の間に成り立つ微分方程式を求め、非因果的安定逆系を適用する。状態変数の間に成り立つ微分方程式は、式 (1)、式 (2) に示す状態空間平均化法により求められる大信号の電圧、電流方程式を基に求めることで、PWM の 1 周期平均電圧、電流に対して線形近似を伴わない厳密解を得る。状態変数としてはインダクタ電流  $i_L$  とキャパシタ電圧  $v_C$  をとる。これらの電圧、電流を関連付ける方法として、インダクタ、キャパシタの蓄積電力の流れに着目する方法をとる。

**〈3・1・1〉 キャパシタ寄生抵抗の影響の補償** まず、出力電圧  $v_o$  に対応するキャパシタ電圧  $v_C$  を求める。出力キャパシタが寄生直列抵抗を持つとき、抵抗分圧によって

出力電圧とキャパシタ両端電圧が異なるため補償が必要となる。 $v_C$  と  $v_o$  の関係について、式 (1) の第 2 行に  $Cr_C$  をかけて式 (2) を引くと

$$Cr_C \dot{v}_C + v_C = v_o \quad (15)$$

を得る。式 (15) は定数係数 1 階線形微分方程式で、その極は  $-1/Cr_C$  であり、左半平面にある。したがって、時間軸順方向に微分方程式を解くことで安定な解を得る。望みの出力電圧軌道  $v_o(t)$  に対し式 (15) を解くことで、完全追従制御の際にキャパシタ電圧がとる軌道  $v_C(t)$  を求められる。ただし、出力電圧が整定してからもデューティ比を変化させキャパシタ電圧を制御する Postactuation の必要が生じる。Postactuation の時間は式 (15) の時定数  $Cr_C$  が大きいほど長くなる。

**〈3・1・2〉 電力方程式に基づくインダクタ電流と出力電圧の関係の逆系計算** インダクタ電流とキャパシタ電圧の関係式を導出するために、昇圧コンバータで成り立つ電力の流れに基づく出力電圧とインダクタ電流の関係を導く。状態方程式 (1) の第 1 行に  $Li_L$  を、第 2 行に  $Cv_C$  をそれぞれかけて和を取ること、

$$\begin{aligned} Li_L \dot{i}_L + Cv_C \dot{v}_C \\ = - \left( r_L + \frac{(1-d)r_C R}{r_C + R} \right) i_L^2 + i_L V_i - \frac{1}{r_C + R} v_C^2 \end{aligned} \quad (16)$$

を得る。式 (16) の左辺はインダクタ、キャパシタに蓄積されるエネルギーの微分、つまりこれらのエネルギー蓄積素子への入出力電力であり、右辺は電源  $V_i$  から供給される電力と負荷抵抗  $R$ 、インダクタの寄生抵抗  $r_L$ 、キャパシタの寄生抵抗  $r_C$  でそれぞれ消費される電力を表す。式 (16) が昇圧コンバータの非因果的安定逆系を計算するための基礎方程式である。

式 (16) に基づき、出力電圧と前節で求められたキャパシタ電圧からインダクタ電流を求めるために、式 (2) の両辺に  $i_L$  をかけてから式 (16) に代入すると、式 (16) から  $d$  を消去でき、

$$\begin{aligned} Li_L \dot{i}_L + Cv_C \dot{v}_C \\ = -r_L i_L^2 - i_L v_o + \frac{R}{r_C + R} i_L v_C + i_L V_i - \frac{1}{r_C + R} v_C^2 \end{aligned} \quad (17)$$

を得る。今、式 (17) において  $v_o$ 、 $v_C$ 、および  $\dot{v}_C = (v_o - v_C)/Cr_C$  は既知であるから、式 (17) は  $i_L$  に関する非線形 1 階微分方程式 (18) と見なせる。

$$\dot{i}_L = \frac{1}{L} \left( V_i + \left( \frac{R}{r_C + R} v_C - v_o \right) \cdot \left( 1 + \frac{v_C}{r_C i_L} \right) - r_L i_L \right). \quad (18)$$

式 (18) は  $i_L$  について非線形であるが、数値的に解くことが可能である。昇圧コンバータの小信号解析によりインダ

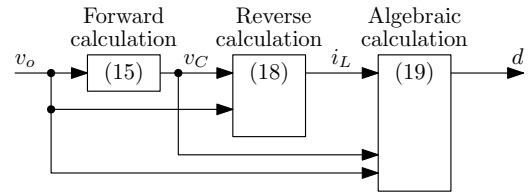


Fig. 7. The structure of solving perfect tracking problem for the boost converter.

クタ電流からキャパシタ電圧、出力電圧までの伝達特性は非最小位相であることが分かっているため、式 (18) は時間軸順方向に解くと不安定であるため、非因果的安定逆系を適用する。つまり、式 (18) を時刻  $t = \infty$  から  $t = -\infty$  まで時間軸逆方向に解くことにより、与えられた  $v_o(t)$  を実現する  $i_L(t)$  を得る。このとき、初期条件として式 (4) で求められる  $v_o, v_C, i_L$  の電圧変化後の定常状態の値を用いる。

**〈3・1・3〉 デューティ比の計算** 式 (18) で求めた  $i_L(t)$  から、出力電圧目標値を実現するデューティ比の時間軌道  $d(t)$  を求める。式 (2) を  $d(t)$  について解くと

$$d = 1 - \frac{r_C + R}{r_C R i_L} \left( v_o - \frac{R}{r_C + R} v_C \right) \quad (19)$$

を得る。式 (19) に  $v_o, v_C, i_L$  を代入することにより、 $v_o(t)$  に完全追従する  $d(t)$  を求められる。ここまでの問題を解く構成を図に表すと Fig. 7 のようになる。

本手法で求めた連続時間の電圧指令値に対するデューティ比の軌道は、1 周期平均の動作を表現する状態空間平均化法に基づくため、実際の昇圧コンバータの出力電圧の 1 周期平均値が指令値に追従する。離散時間制御において特定のサンプリング点において完全追従するためのデューティ比を生成するためには、状態変数からデューティ比を計算する段階において、PWM 制御入力 of 厳密な取り扱い<sup>(32)</sup> およびマルチレートフィードフォワード<sup>(33)</sup> のような手法が必要になるが、本論文では複数の状態空間が切り換わる離散化の厳密な取り扱いには立ち入らず、これを 0.5 サンプル遅れで近似する。

**〈3・2〉 提案法の実装方法** 本論文で提案するフィードフォワード制御器の実装について説明する。提案法は、Fig. 7 に示す順に式 (15)、式 (18)、式 (19) を計算することで実現される。

- (1) 昇圧コンバータのシステム同定を行い、回路パラメータを把握する。
- (2) 出力電圧指令値の時系列を用意する。また、動かし始める前の定常状態と動かし終わった後の定常状態が微分方程式の初期状態として必要なため、式 (4) により求めておく。
- (3) 式 (15) により、出力電圧指令値からキャパシタ電圧を計算する。1 階線形微分方程式であるから、ルンゲクッタ法などの数値解法、あるいは出力電圧指令値が数式で与えられれば解析的に求められる。
- (4) 式 (18) により、出力電圧指令値とキャパシタ電圧

からインダクタ電流を計算する。この方程式は、電圧変化終了時の定常状態を始点として、電圧変化の開始状態に十分収束するまで時間軸逆方向に計算する。この計算は、微分方程式の数値解法において、時間の増分を負にすることで実現できる。式 (18) は 1 階微分方程式であるから、ルンゲクッタ法などの数値解法により求められる<sup>†</sup>。

(5) 式 (19) により、出力電圧指令値、キャパシタ電圧、インダクタ電流から各時点のデューティ比を求める。

提案法においては、出力電圧指令値の変化に先行してデューティ比を変化する Preaction が、理想的には無限に長い時間必要であるが、Preaction 実用上の打ち切り時間の算出法を付録 2 に与える。また、本手法により計算したデューティ比を有限時間に短縮した場合に追従誤差へ及ぼす影響を数値計算により評価した例を付録 3 に示す。

#### 4. 昇圧コンバータのシステム同定

フィードフォワード制御は一般にモデル化誤差に脆弱であるため、制御対象の高精度なシステム同定が必要である。この課題を解決するための、実用的な回路パラメータの同定手法を本章において示す。一方で、実用的には、フィードバック制御を併用した 2 自由度制御器を構成することでパラメータ誤差をフィードバック制御器により補償することが可能となり、これにより前述したパラメータの精度に伴うフィードフォワード制御器の弱点を補うことが可能であると考えられる。

昇圧コンバータのシステム同定における重要な課題は、インダクタ、キャパシタの寄生抵抗  $r_L, r_C$  の同定である。寄生抵抗は小さい値であるため、回路計において高精度な直接測定が難しい。一方で、出力電圧のフィードフォワード制御に定常誤差をもたらすため、精度の高い同定が必要である。したがって、直接測定に代わる同定手法が必要となる。負荷抵抗、インダクタのインダクタンス、キャパシタの静電容量は直接測定により求める。

デューティ比  $d$  として一定値  $D$  を入力した際の定常状態における出力電圧  $V_o$  およびインダクタ電流  $I_L$  の 1 周期平均値について、式 (4) を  $d = D$  について解くことで

$$I_L = \frac{(r_C + R)V_i}{r_L(r_C + R) + (1 - D)r_C R + (1 - D)^2 R^2} \quad (20)$$

$$V_o = \frac{(1 - D)R(r_C + R)V_i}{r_L(r_C + R) + (1 - D)r_C R + (1 - D)^2 R^2} \quad (21)$$

を得る。 $r_L$  と  $r_C$  を以下の手順により実験的に求める。

(1) 初めに、負荷抵抗  $R$  の正確な値を同定する。測定により得られている場合は必要でない。式 (20) と式 (21) の比をとることにより、

<sup>†</sup> 式 (18) の右辺は  $i_L \rightarrow +0$  の極限において  $-\infty$  へ発散するため、 $i_L$  が 0 付近の値を取る場合にルンゲクッタ法のような陽解法で  $i_L$  の時間軌道を計算できない。この場合には陰解法により微分方程式を解くことができる。

Table 1. Parameters of components of the converter bench.

Variable	Value
Inductance $L$	407 $\mu$ H
Series Resistance of Inductor $r_L$	0.140 $\Omega$
Capacitance $C$	97.8 $\mu$ F
Series Resistance of Capacitor $r_C$	0.185 $\Omega$
Load resistance $R$	10.1 $\Omega$
Input voltage $V_i$	5 V
Switching frequency	10 kHz

$$V_o = (1 - D)RI_L \quad (22)$$

である。複数のデューティ比  $D$  に対する  $V_o$  と  $I_L$  の組を測定し、式 (22) に最小 2 乗法でフィッティングすることにより、 $R$  を得る。具体的には、測定点の数を  $k$  として、測定された  $(D_k, V_{ok}, I_{Lk})$  の組に対し、決定変数を  $R$  とする次の最適化問題

$$\begin{aligned} & \text{minimize}_R \sum_k (V_{ok} - (1 - D_k)RI_{Lk})^2 \\ & \text{subject to } R \geq 0 \end{aligned}$$

を解く。

(2) 続いて、インダクタ、キャパシタの寄生抵抗  $r_L, r_C$  を同定する。式 (21) より、

$$\begin{aligned} & V_o(r_L(r_C + R) + (1 - D)r_C R + (1 - D)^2 R^2) \\ & = (r_C + R)(1 - D)RV_i \end{aligned}$$

が成り立つ。複数のデューティ比  $D$  に対する  $V_o$  を測定し、(1) の手順で同定された  $R$  を用いて、測定点の数を  $k$  として測定された  $(D_k, V_{ok})$  の組に対し、決定変数を  $r_L, r_C$  とする次の最適化問題

$$\begin{aligned} & \text{minimize}_{r_L, r_C} \sum_k (V_{ok}(r_L(r_C + R) \\ & + (1 - D_k)r_C R + (1 - D_k)^2 R^2) \\ & - (r_C + R)(1 - D_k)RV_i)^2 \\ & \text{subject to } r_L \geq 0, r_C \geq 0 \end{aligned}$$

を解くことにより、 $r_L, r_C$  を同定できる。

#### 5. 実験による検証

**<5・1> 実験機の構成** 実験機を Fig. 8 に示す。本実験で用いた昇圧コンバータの回路図は Fig. 1 の通りである。回路素子のパラメータを Table 1 に示す。実験に用いた制御系の構成を Fig. 9 に示す。抵抗負荷を駆動する昇圧コンバータはフィードバック制御を用いずとも安定であることと、フィードフォワード制御器の性能を評価するため、フィードバック制御器を用いずフィードフォワード制御器のみで実験を行った。

**<5・2> 出力電圧指令値軌道の設定** 本研究では指令

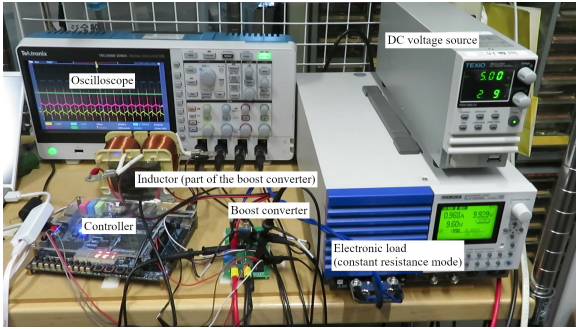


Fig. 8. Experimental bench of a boost converter.

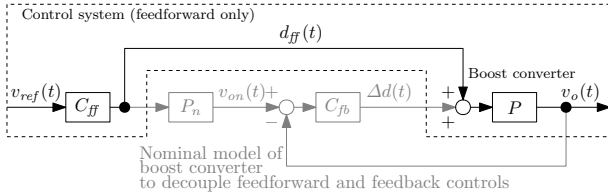


Fig. 9. Feedforward control system for experiment.

値軌道として多項式軌道を用いる。電圧変化の指令値の多項式軌道  $v_{ref}(t) = a_n t^n + \dots + a_0$  の設計は、多項式の次数  $n$  ( $n$  は奇数)、立ち上がり時間  $T_r$  を設定し、次の境界条件

$$\begin{cases} v_{ref}(0) = V_{start}, \\ v_{ref}^{(k)}(0) = 0, & 1 \leq k \leq (n-1)/2, \\ v_{ref}(T_r) = V_{end}, \\ v_{ref}^{(k)}(T_r) = 0, & 1 \leq k \leq (n-1)/2 \end{cases} \quad (23)$$

を満たすように求めることで得られる。ただし、 $v_{ref}^{(k)}(t)$  は  $v_{ref}(t)$  の  $k$  階導関数である。方程式の数と多項式の係数の数が  $n+1$  で等しいため、式 (23) により一意に軌道が定まる。

本研究では、入力電圧 5 V に対し、出力電圧指令値軌道  $v_o$  について、初期値 10 V、最終値 15 V の定常状態とした。2つの定常状態間の電圧変化であるため、仮定 1 を満たしている。電圧変化については出力電圧指令値軌道全体、つまり未来の出力電圧指令値が既知とする仮定 2 を適用し、制御開始の事前に計算を行った。実験機においては Fig. 1 の回路構成を採用し、昇圧コンバータの動作モードに関する仮定 3 を満足した。動作領域については、Table 1 の回路パラメータにおいて定常状態で出力可能な最大電圧が式 (4) より 19.9 V と計算されるため、出力電圧変化範囲は動作領域に関する仮定 4 を満たしている。以上から、提案手法を利用可能である。

2つの定常状態、初期値 10 V、最終値 15 V を接続する電圧変化について、立ち上がり時間を 1 ms、すなわち PWM 周期 0.1 ms の 10 ステップとし、多項式軌道の次数は電圧指令値軌道の 1 次導関数まで十分なめらかかつ奇数次であるために 3 次とした。この条件において式 (23) を解くと、 $0 \leq t \leq 1$  [ms] における出力電圧指令値として

$$v_{ref}(t) = -2(V_{end} - V_{start}) \frac{t^3}{T_r^3} + 3(V_{end} - V_{start}) \frac{t^2}{T_r^2} + V_{start} \quad (24)$$

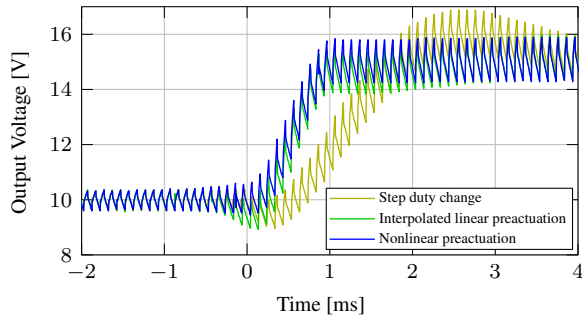
を得る。第 3 章の方法により生成される指令値は Preactuation、および Postactuation のため正負の無限時間から値を持つが、指令値の初期値、最終値に対する差が制御入力の量子化幅、本実験においては 1/1000 以下になる時点で打ち切りを行った。本実験の Nonlinear preactuation のケースにおいては、Preactuation の時間が 1.4 ms、Postactuation の時間が 0.2 ms であった。

**〈5・3〉 実験結果** Fig. 10 に、実機によるフィードフォワード制御の実験結果を示す。Fig. 10 (a) は出力電圧の実測値、(b) は (a) に対し式 (3) に示す 1 周期平均と離散化におけるホールド特性の近似的な補償として 0.5 サンプル進みを適用したものである。(c) はインダクタ電流の実測値であり、(d) は (c) に対し式 (3) に示す 1 周期平均と 0.5 サンプル進みを適用したものである。(e) は出力電圧の 0.5 サンプル進んだ 1 周期平均値と指令値軌道の差を取ったもの、(f) は昇圧コンバータに入力したデューティ比である。ただし、Fig. 10 (e) において、ステップ状のデューティ比入力による出力電圧誤差 (—) は、Fig. 10 (b) におけるステップ状の電圧指令値 (—) との差、2 種の Preactuation による出力電圧 (—, —) は多項式による電圧指令値 (—) との差である。

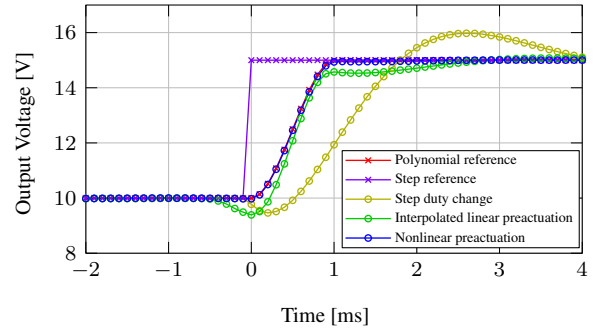
提案法である Nonlinear preactuation(—) では、Preactuation の時間が 1.4 ms であり、出力電圧が立ち上がる時刻 0 s の 14 スwitching 周期前からデューティ比を Fig. 10 (f) のように動かし始めている。この時、インダクタの電流は上昇しているが、出力電圧は上昇していない。つまり、インダクタの蓄積エネルギーは上昇しているがキャパシタの蓄積エネルギーが上昇していない状況である。この状態における昇圧コンバータの動作は次のように説明される。

昇圧コンバータは Fig. 1 におけるスイッチ素子 TR1 が ON、TR2 が OFF する時に電源からインダクタにエネルギーを蓄積し、TR1 が OFF、TR2 が ON する時にインダクタとキャパシタが接続され、インダクタの蓄積エネルギーがキャパシタへ伝達されることにより昇圧を実現する。出力電圧をある動作点から上昇する時にデューティ比を単純に最終値へと上昇させると、TR2 の ON 時間が減るのでインダクタの蓄積エネルギーのキャパシタへの伝達ができず、キャパシタの蓄積エネルギーが一旦減少する。このために、ステップ状の急峻な制御入力に対しては、Fig. 10 のステップ状デューティ比入力のプロット (—) のように、出力電圧にアンダーシュートが生じる。このアンダーシュートを抑制するためには、出力電圧の上昇に必要なキャパシタのエネルギーを予めインダクタにチャージしておき、出力電圧を上昇する時点にてキャパシタにエネルギーを伝達する必要がある。このために、出力電圧が動く前にデューティ比、インダクタ電流が動く Preactuation が必要となる。

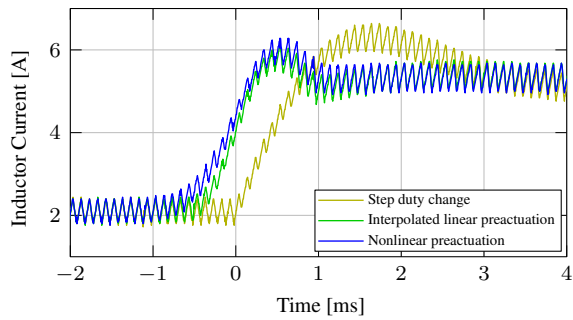




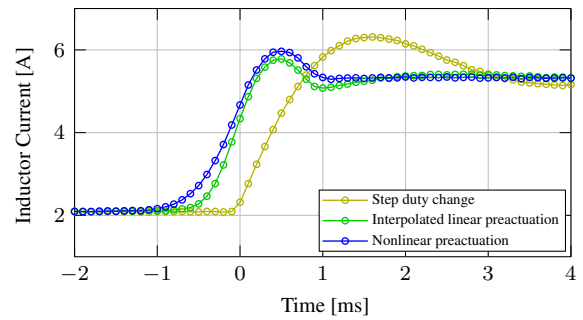
(a) Raw output voltages including switching ripples.



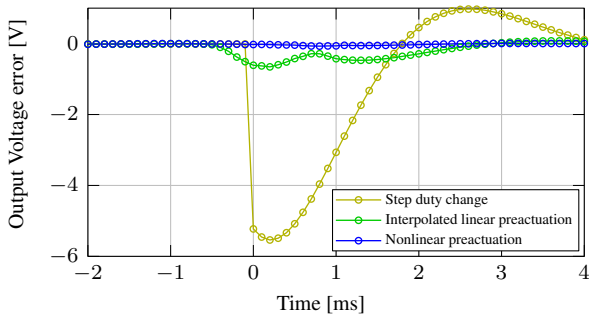
(b) One-period averaged output voltages of (a) and reference voltage trajectories.



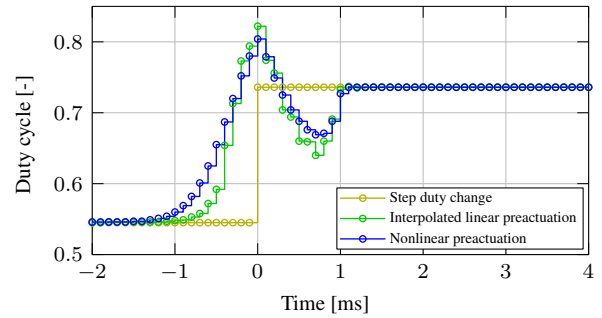
(c) Raw inductor currents including switching ripples.



(d) One-period averaged inductor currents of (c).



(e) Output voltage tracking errors to the reference trajectories.



(f) Input duty cycles.

Fig. 10. Experimental results of the proposed and conventional feedforward control methods for the step (—) output voltage reference and polynomial (—) reference calculated by the formula (24). The result by step change of duty cycle (—) had undershoot, overshoot, and delay in the output voltage. The interpolated linear preactuation<sup>(31)</sup> (—) achieved no overshoot and better trackings, though undershoot remained due to the linear approximation error. The proposed nonlinear preactuation for the polynomial voltage reference (—) realized almost perfect tracking.

Table 2. Tracking performances of each feedforward control method by the experiment.

Index	Step duty change	Interpolated linear preactuation <sup>(31)</sup>	Nonlinear preactuation
Undershoot [V]	0.538	0.611	0.026
Overshoot [V]	0.974	0.077	0.006
Maximum tracking error [V]	5.538	0.656	0.071

また、出力電圧のオーバーシュートを抑制するためには、電圧変化の終了時にインダクタ電流、キャパシタ電圧がそれぞれ定常値に落ち着いている必要があるため、キャパシタにエネルギーを供給するために一旦上昇したインダクタ電流は Fig. 10 (d) の 2 つの Preactuation のプロット (—), (—) のようにピークを持ち、下降するような波形となる。昇圧コンバータの動作中、デューティ比の変化による蓄積エネルギー変化の割合と負荷電力の関係は常に式 (16) に従う。

電圧変化の始点の定常状態と終点の定常状態における 2 つの線形近似系に対する非因果的逆系を用いて内挿することにより非線形系の逆系を近似した手法である *Interpolated linear preactuation*<sup>(31)</sup> では、出力電圧変化のために設計したデューティ比軌道に従って得られる状態変数の時間推移において、式 (16) の関係を満足しない部分があるため、Preactuation をしても意図しないアンダーシュートやオーバーシュートが生じる。このケースでは、インダクタ電流の立ち上げ不足によるオーバーシュートが見られるが、出力電圧立ち上がり後の定常値へのスムーズな移動は実現できている。

提案した *Nonlinear preactuation* では、昇圧コンバータのインダクタ、キャパシタに出入りする電力の釣り合いに注目した微分方程式を解くことにより、電圧上昇時にキャパシタの蓄積エネルギーが出力電圧指令値に対し釣り合いを保つデューティ比軌道を設計した。これにより、Fig. 10 (e) のプロット (—) のようにアンダーシュートやオーバーシュートをほとんど生じずに出力電圧を指令値通りに変化することができる。Table 2 に示すように、*Nonlinear preactuation* は 5 V の電圧変化に対しオーバーシュート、アンダーシュート、電圧追従誤差の最大値がそれぞれ 0.026 V, 0.006 V, 0.071 V と 1.5 % 以内に収まっており、高精度な電圧制御が実現できている。

## 6. 結 論

本論文では、非線形系的一种である昇圧コンバータについて、状態空間平均化法を適用した連続時間の非線形モデルに対し、1 度の時間軸逆方向計算で非因果的安定逆系を得られることを示した。この結果を利用して、出力電圧指令値に高精度で追従するフィードフォワード制御手法を提案した。実機実験により、提案法はデューティ比を出力電圧指令値に先行して動かすことにより、出力電圧指令値に対しオーバーシュートやアンダーシュートをほとんどせず、波形の前後半周期に対する 1 周期平均値について高精度な電圧追従を達成した。さらに、デューティ比を先行して動かす Preactuation 時間の見積もりを付録 2 に与え、実装面における有用性を示した。昇圧コンバータにおいて出力電圧を高精度に制御するには、Preactuation 時間が必要であるという理論上の限界があるが、指令値軌道を動かし始める事前に決定することが可能な場合がある工作機械や車両の自動運転のような制御系では、提案手法により高精

度電圧制御が可能となる。指令値軌道が予め得られない場合でも、得られた時点から提案手法による計算を開始し、計算時間と Preactuation に要する時間だけ遅れた *Delayed tracking* により、時間遅延と引き換えに高精度電圧制御を実現できる。オーバーシュートやアンダーシュートを起こさない高精度追従制御は、他のフィードフォワード制御手法やあらゆるフィードバック制御手法では達成できないことを強調しておきたい。

本研究では、昇圧コンバータに対する非因果的安定逆系を用いた完全追従制御法の基礎検討として計算の容易な定抵抗負荷を仮定したが、昇圧コンバータの想定される実応用では、モータ駆動のように、負荷の電流、電圧特性が時刻に応じて変化する負荷が多く存在する。これらの対象については、文献<sup>(9)(10)</sup> に示されている、負荷を電流源として取り扱う方法や、定電力負荷<sup>(20)</sup> などによる回路モデルの定式化が存在する。それらのモデル化に対し、本論文で提案する非線形状態方程式に基づく Preactuation を適用することが原理的に可能である。その具体的な性能については現在検討を進めている。

## 文 献

- (1) 平地克也, DC/DC コンバータの基礎から応用まで. 電気学会, 2018.
- (2) M. Forouzesh, Y. P. Siwakoti, S. A. Gorji, F. Blaabjerg, and B. Lehman, "Step-up dc-dc converters: A comprehensive review of voltage-boosting techniques, topologies, and applications," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 32, pp. 9143–9178, 2017.
- (3) M. Z. Lu, Z. W. Guo, and C. M. Liaw, "A battery/supercapacitor hybrid powered ev srm drive and microgrid incorporated operations," *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, vol. 7, pp. 2848–2863, 2021.
- (4) M. O. Badawy, T. Husain, Y. Sozer, and J. A. D. Abreu-Garcia, "Integrated control of an ipm motor drive and a novel hybrid energy storage system for electric vehicles," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 53, pp. 5810–5819, 2017.
- (5) J. Heo, K. Matsuo, P. Hen, and K. Kondo, "Dynamics of a minimum dc link voltage driving method to reduce system loss for hybrid electric vehicles," *IEEE International Electric Machines and Drives Conference, IEMDC 2017*, pp. 1–7, 2017.
- (6) L. Schwager, A. Tuysuz, C. Zwyssig, and J. W. Kolar, "Modeling and comparison of machine and converter losses for pwm and pam in high-speed drives," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 50, pp. 995–1006, 2014.
- (7) 石垣卓也, 叶田玲彦, 大橋敬典, 渡辺興久, 杉浦正樹, "大容量モータドライブのインバータ直流バス電圧制御法とコンデンサ容量低減法の提案," 電気学会論文誌 D, vol. 134, pp. 344–349, 2014.
- (8) T. Ishigaki, A. Kanouda, H. Ohashi, Y. Watanabe, and M. Sugiura, "Proposed Inverter DC Bus Voltage Control Method and Capacitance Reduction Method for Mass Motor Drive," *IEEJ Transactions on Industry Applications*, vol. 134, pp. 344–349, 2014.
- (9) I. Yazici and E. K. Yaylaci, "Fast and robust voltage control of dc-dc boost converter by using fast terminal sliding mode controller," *IET Power Electronics*, vol. 9, pp. 120–125, 2016.
- (10) 川上太知, 原田敏和, 山本真義, 梅谷和弘, "昇圧型 dc-dc コンバータにおける高い速応性とロバスト性を有する新制御手法の提案," 電気学会論文誌 C, vol. 138, pp. 395–404, 2018.
- (11) T. Kawakami, T. Harada, M. Yamamoto, and K. Umetani, "Proposal for the New Control Method Having High Responsiveness and Robustness for the Boost-Type DC-DC Converter," *IEEJ Transactions on Electronics, Information and Systems*, vol. 138, pp. 395–404, 2018.
- (12) A. Mushi, S. Nagai, H. Obara, and A. Kawamura, "Fast and robust nonlinear deadbeat current control for boost converter," *IEEJ Journal of Industry Applications*, vol. 6, pp. 311–319, 2017.
- (13) R. Middlebrook and S. Cuk, "A general unified approach to modelling switching-converter power stages," *1976 IEEE Power Electronics Specialists*

- Conference, pp. 18–34, 1976.
- (12) T. Kobaku, R. Jeyasenthil, S. Sahoo, and T. Dragicevic, “Experimental verification of robust pid controller under feedforward framework for a nonminimum phase dc-dc boost converter,” *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 9, pp. 3373–3383, 2021.
- (13) N. Kumar and M. Veerachary, “Stability region based robust controller design for high-gain boost dc-dc converter,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 68, pp. 2246–2256, 2021.
- (14) T. S. Lee, “Input-output linearization and zero-dynamics control of three-phase ac/dc voltage-source converters,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 18, pp. 11–22, 2003.
- (15) S. Arora, P. Balsara, and D. Bhatia, “Input-output linearization of a boost converter with mixed load (constant voltage load and constant power load),” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 34, pp. 815–825, 2018.
- (16) T. Kobaku, S. C. Patwardhan, and V. Agarwal, “Experimental evaluation of internal model control scheme on a dc-dc boost converter exhibiting nonminimum phase behavior,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 32, pp. 8880–8891, 2017.
- (17) K. K. Jha, M. N. Anwar, B. S. Shiva, and V. Verma, “A simple closed-loop test based control of boost converter using internal model control & direct synthesis approach,” *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, 2022.
- (18) S. Ahmad and A. Ali, “Unified disturbance-estimation-based control and equivalence with imc and pid: Case study on a dc-dc boost converter,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 68, pp. 5122–5132, 2021.
- (19) C. Olalla, R. Leyva, I. Queindec, and D. Maksimovic, “Robust gain-scheduled control of switched-mode dc-dc converters,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 27, pp. 3006–3019, 2012.
- (20) C. A. Soriano-Rangel, W. He, F. Mancilla-David, and R. Ortega, “Voltage regulation in buck-boost converters feeding an unknown constant power load: An adaptive passivity-based control,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 29, pp. 395–402, 2021.
- (21) S. Kasichyanula and V. John, “Adaptive control strategy for ultracapacitor based bidirectional dc-dc converters,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 55, pp. 1717–1728, 2019.
- (22) L. Cheng, P. Acuna, R. P. Aguilera, J. Jiang, S. Wei, J. E. Fletcher, and D. D. Lu, “Model predictive control for dc-dc boost converters with reduced-prediction horizon and constant switching frequency,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 33, pp. 9064–9075, 2018.
- (23) Z. Karami, Q. Shafiee, S. Sahoo, M. Yarbeygi, H. Bevrani, and T. Dragicevic, “Hybrid model predictive control of dc-dc boost converters with constant power load,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 36, pp. 1347–1356, 2021.
- (24) S. Devasia, D. Chen, and B. Paden, “Nonlinear inversion-based output tracking,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 41, pp. 930–942, 1996.
- (25) T. Sogo, “On the equivalence between stable inversion for nonminimum phase systems and reciprocal transfer functions defined by the two-sided laplace transform,” *Automatica*, vol. 46, pp. 122–126, 2010.
- (26) W. Ohnishi, T. Beauduin, and H. Fujimoto, “Preactuated multirate feedforward control for independent stable inversion of unstable intrinsic and discretization zeros,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 24, pp. 863–871, 2019.
- (27) 三好正太, 大西亘, 古関隆章, 佐藤基, “昇圧型 dc-dc コンバータの preactuation による出力電圧過渡応答の精密制御法 (半導体電力変換モータドライブ合同研究会・半導体電力変換一般および ac ドライブ),” 電気学会研究会資料. SPC, vol. 2019, pp. 1–6, 2019.
- S. Miyoshi, W. Ohnishi, T. Koseki, and M. Sato, “Precise control of output voltage transient response for a boost converter based on preactuation”, Technical meeting on semiconductor power converter, IEE Japan, vol. 2019, pp. 1–6, 2019.
- (28) J. M. Olm, X. Ros-Oton, and Y. B. Shtessel, “Stable inversion of abel equations: Application to tracking control in dc-dc nonminimum phase boost converters,” *Automatica*, vol. 47, pp. 221–226, 2011.
- (29) R. w. Erickson and D. Maksimovic, *Fundamentals of Power Electronics Second Edition*. Springer, 2001.
- (30) 原田耕介, 二宮保, 顧文建, “スイッチングコンバータの基礎”. コロナ社, 1991.
- (31) S. Miyoshi, W. Ohnishi, T. Koseki, and M. Sato, “Modified preactuation tracking control for lpv systems with application to boost converters,” *IFAC world congress 2020*, 2020.
- (32) 鈴木雅康, 平田光男, “PWM 制御系の入力変換による厳密線形化”, 計測自動制御学会論文集, vol. 52, pp. 205–212, 2016. M. Suzuki and M. Hirata, “Exact Linearization of PWM-control Systems Using Input Transformation”, *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers*, vol. 52, pp. 205–212, 2016.
- (33) H. Fujimoto, Y. Hori, and A. Kawamura, “Perfect tracking control based

on multirate feedforward control with generalized,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 48, pp. 636–644, 2001.

## 付 録

### 1. 昇圧コンバータの電流, 電圧波形と状態空間平均化法により得られる連続時間状態変数の関係

状態空間平均化法が, スwitchング 1 周期平均値を状態変数とする状態空間をスitchング周期  $T_s$  の 1 次の精度で近似する方法であることを導く。

スitchングにより切り換わる 2 つの状態空間を持つシステムを式 (付 1) のようにとる。

$$\dot{\mathbf{x}}_{sw}(t) = \begin{cases} \mathbf{A}_{on}\mathbf{x}_{sw}(t) + \mathbf{b}_{on}u & \text{SW ON} \\ \mathbf{A}_{off}\mathbf{x}_{sw}(t) + \mathbf{b}_{off}u & \text{SW OFF} \end{cases} \quad (\text{付 1})$$

スitchング波形を第 2.1 節に示すモデル化における仮定 Fig. 2 に従ってとる。数式で表現すると, スitchングのデューティ比を  $D(t)$ , スitchング周期  $T_s$  とおくと

$$\text{SW} = \begin{cases} \text{ON} & 0 \leq t < \frac{D}{2}T, \\ (1 - \frac{D}{2}) & \frac{D}{2}T \leq t < T \\ \text{OFF} & \frac{D}{2}T \leq t < (1 - \frac{D}{2})T \end{cases} \quad (\text{付 2})$$

のようになる。

スitchングを伴う状態空間の状態変数  $x_{sw}(t)$  の 1 周期平均値を, スitchング周期  $T_s$ , 平均値をとる時間窓のオフセット  $T_o$  の 2 パラメータを持つ平均値として,

$$\mathbf{x}_{mean}(t, T_s, T_o) = \frac{1}{T} \int_{t - \frac{T_s}{2} + T_o}^{t + \frac{T_s}{2} + T_o} \mathbf{x}_{sw}(\tau) d\tau \quad (\text{付 3})$$

と定義する。式 (付 3) はサンプル時点  $t = kT_s$  のみでなく中間の時刻についても自然に定義される。この 1 周期平均値に対する状態方程式を

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x}_{mean}(t, T_s, T_o) = \mathbf{A}\mathbf{x}_{mean}(t, T_s, T_o) + \mathbf{b}u \quad (\text{付 4})$$

のようにおく。  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{b}$  を  $\mathbf{A}_{on}$ ,  $\mathbf{A}_{off}$ ,  $\mathbf{b}_{on}$ ,  $\mathbf{b}_{off}$  により表す。  $\mathbf{x}_{mean}(t, T_s, T_o)$  と  $x_{sw}(t)$  の関係を

$$\mathbf{x}_{mean}(t, T_s, T_o) = \tilde{\mathbf{A}}(t)\mathbf{x}_{sw}(t) + \tilde{\mathbf{b}}(t)u \quad (\text{付 5})$$

とおく。このとき,

$$\mathbf{x}_{sw}(t) = \tilde{\mathbf{A}}^{-1}(t)\mathbf{x}_{mean}(t, T_s, T_o) - \tilde{\mathbf{A}}^{-1}(t)\tilde{\mathbf{b}}(t)u \quad (\text{付 6})$$

である。また, 式 (付 5) の両辺を  $t$  で微分して

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\mathbf{x}_{mean}(t, T_s, T_o) \\ = \left( \frac{d}{dt}\tilde{\mathbf{A}}(t) \right) \mathbf{x}_{sw}(t) + \tilde{\mathbf{A}}(t) \frac{d}{dt}\mathbf{x}_{sw}(t) + \frac{d}{dt}\tilde{\mathbf{b}}(t)u \end{aligned} \quad (\text{付 7})$$

を得る。式 (付 7) に式 (付 6) を代入して

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\mathbf{x}_{mean}(t, T_s, T_o) &= \left( \frac{d}{dt}\tilde{\mathbf{A}}(t) \right) \tilde{\mathbf{A}}^{-1}(t)\mathbf{x}_{mean}(t, T_s, T_o) \\ &+ \tilde{\mathbf{A}} \frac{d}{dt}\mathbf{x}_{sw} + \left( \frac{d}{dt}\tilde{\mathbf{b}}(t) - \left( \frac{d}{dt}\tilde{\mathbf{A}}(t) \right) \tilde{\mathbf{A}}^{-1}(t)\tilde{\mathbf{b}}(t) \right) u \end{aligned}$$

(付 8)

を得る。

これ以降の具体的な計算においては、簡単のため、デューティ比は前後のステップも同じ値  $D(T_s) = D(-T_s) = D(0)$  であるとして計算を行う。また、例として  $-DT_s/2 \leq t \leq DT_s/2$  とおくが、これ以外の  $t$  についても全く同様にして計算ができる。この場合、式 (付 5) は次のように表される。

$$\begin{aligned} & \mathbf{x}_{mean}(t, T_s, T_o) \\ &= \frac{1}{T_s} \left( \int_{t-T_s/2+T_o}^{-DT_s/2} \left( e^{(\tau+DT_s/2)A_{off}} \mathbf{x}_{sw}(-DT_s/2) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \mathbf{A}_{on}^{-1} \left( e^{(\tau+DT_s/2)A_{off}} - I \right) \mathbf{b}_{off} u \right) d\tau \right. \\ & \quad \left. + \int_{-DT_s/2}^{DT_s/2} \left( e^{\tau A_{on}} \mathbf{x}_{sw}(0) + \mathbf{A}_{on}^{-1} \left( e^{\tau A_{on}} - I \right) \mathbf{b}_{on} u \right) d\tau \right. \\ & \quad \left. + \int_{DT_s/2}^{t+T_s/2+T_o} \left( e^{(\tau-DT_s/2)A_{off}} \mathbf{x}_{sw}(DT_s/2) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \mathbf{A}_{off}^{-1} \left( e^{(\tau-DT_s/2)A_{off}} - I \right) \mathbf{b}_{off} u \right) d\tau \right) \end{aligned} \quad (付 9)$$

式 (付 5) と式 (付 9) を比較して

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}}(t) &= \frac{1}{T_s} \left( \mathbf{A}_{on}^{-1} \left( e^{DT_s/2 A_{on}} - e^{-DT_s/2 A_{on}} \right) \right. \\ & \quad \left. + \mathbf{A}_{off}^{-1} \left( \left( e^{(t+T_o+(1-D)T_s/2)A_{off}} - I \right) e^{DT_s/2 A_{on}} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \left( e^{(t+T_o-(1-D)T_s/2)A_{off}} - I \right) e^{-DT_s/2 A_{on}} \right) \right) e^{-tA_{on}} \quad (付 10) \\ \tilde{\mathbf{b}}(t) &= \frac{1}{T_s} \left( \left( \mathbf{A}_{on}^{-1} \right)^2 \left( e^{DT_s/2 A_{on}} - e^{-DT_s/2 A_{on}} \right) e^{-tA_{on}} \mathbf{b}_{on} \right. \\ & \quad \left. + \left( \mathbf{A}_{off}^{-1} \right)^2 \left( e^{(1-D)T_s/2 A_{off}} - e^{-(1-D)T_s/2 A_{off}} \right) e^{(t+T_o)A_{off}} \mathbf{b}_{off} \right. \\ & \quad \left. + \mathbf{A}_{off}^{-1} \left( e^{(t+T_o+(1-D)T_s/2)A_{off}} - I \right) \mathbf{A}_{on}^{-1} \left( e^{-(t+DT_s/2)A_{on}} - I \right) \mathbf{b}_{on} \right. \\ & \quad \left. - \mathbf{A}_{off}^{-1} \left( e^{(t+T_o-(1-D)T_s/2)A_{off}} - I \right) \mathbf{A}_{on}^{-1} \left( e^{-(t-DT_s/2)A_{on}} - I \right) \mathbf{b}_{on} \right. \\ & \quad \left. - \left( DT_s \mathbf{A}_{on}^{-1} \mathbf{b}_{on} + (1-D)T_s \mathbf{A}_{off}^{-1} \mathbf{b}_{off} \right) \right) \end{aligned} \quad (付 11)$$

を得る。また、 $-DT_s/2 \leq t \leq DT_s/2$  について、スイッチング状態は TR1 が ON, TR2 が OFF であるから、式 (付 1) の SW ON の式を式 (付 8) に代入して

$$\begin{aligned} & \mathbf{x}_{mean}(t, T_s, T_o) \\ &= \left( \frac{d}{dt} \tilde{\mathbf{A}}(t) + \tilde{\mathbf{A}}(t) \mathbf{A}_{on} \right) \tilde{\mathbf{A}}^{-1}(t) \mathbf{x}_{mean}(t, T_s, T_o) \\ & \quad + \left( \frac{d}{dt} \tilde{\mathbf{b}}(t) + \tilde{\mathbf{A}}(t) \mathbf{b}_{on} - \left( \frac{d}{dt} \tilde{\mathbf{A}}(t) + \tilde{\mathbf{A}}(t) \mathbf{A}_{on} \right) \tilde{\mathbf{A}}^{-1}(t) \tilde{\mathbf{b}}(t) \right) u \end{aligned} \quad (付 12)$$

を得る。式 (付 4) と式 (付 12) を比較して

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(t) &= \left( \frac{d}{dt} \tilde{\mathbf{A}}(t) + \tilde{\mathbf{A}}(t) \mathbf{A}_{on} \right) \tilde{\mathbf{A}}^{-1}(t) \quad (付 13) \\ \mathbf{b}(t) &= \frac{d}{dt} \tilde{\mathbf{b}}(t) + \tilde{\mathbf{A}}(t) \mathbf{b}_{on} - \left( \frac{d}{dt} \tilde{\mathbf{A}}(t) + \tilde{\mathbf{A}}(t) \mathbf{A}_{on} \right) \tilde{\mathbf{A}}^{-1}(t) \tilde{\mathbf{b}}(t) \end{aligned} \quad (付 14)$$

を得る。式 (付 14) を具体的に計算して、

$$\mathbf{A}(t) = \frac{1}{T_s} \left( e^{(t+T_o+(1-D)T_s/2)A_{off}} e^{-tA_{on}} - e^{-(t+DT_s/2)A_{on}} \right)$$

$$-e^{(t+T_o-(1-D)T_s/2)A_{off}} e^{-tA_{on}} \Big) \tilde{\mathbf{A}}^{-1}(t) \quad (付 15)$$

$$\mathbf{b}(t) = \frac{d}{dt} \tilde{\mathbf{b}}(t) + \tilde{\mathbf{A}}(t) \mathbf{b}_{on} - \left( \frac{d}{dt} \tilde{\mathbf{A}}(t) + \tilde{\mathbf{A}}(t) \mathbf{A}_{on} \right) \tilde{\mathbf{A}}^{-1}(t) \tilde{\mathbf{b}}(t) \quad (付 16)$$

をそれぞれ得る。

式 (付 15) と式 (付 16) が、1 周期平均値に対する状態方程式 (付 4) の  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{b}$  行列であるが、デューティ比  $D$  だけでなく時刻  $t$ 、時間窓のオフセット  $T_o$  に依存する LPV 系である。そこで、スイッチング周期  $T_s$ 、時間窓のオフセット  $T_o$ 、時刻  $t$  は回路の時定数に対し十分短いとして 2 次近似

$$e^{T_s \mathbf{A}_{on}} = I + T_s \mathbf{A}_{on} + \frac{1}{2} T_s^2 \mathbf{A}_{on}^2 + O(T_s^3) \quad (付 17)$$

を行う。 $\mathbf{A}_{off}$  についても同様にする。2 次近似を行うと次を得る。

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= D \mathbf{A}_{on} + (1-D) \mathbf{A}_{off} + (t+T_o) D \\ & \quad \cdot (\mathbf{A}_{off} - \mathbf{A}_{on}) (D \mathbf{A}_{on} + (1-D) \mathbf{A}_{off}) + O(T_s^2) \end{aligned} \quad (付 18)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{b} &= D \mathbf{b}_{on} + (1-D) \mathbf{b}_{off} + (t+T_o) D \\ & \quad \cdot (\mathbf{A}_{off} - \mathbf{A}_{on}) (D \mathbf{b}_{on} + (1-D) \mathbf{b}_{off}) + O(T_s^2) \end{aligned} \quad (付 19)$$

式 (付 18), 式 (付 19) より、平均値に対する状態空間のサンプル時間  $T_s$  に対する 1 次近似が状態空間平均化法であることが確かめられる。 $T_s \rightarrow 0$  の極限において、状態空間平均化法と 1 周期平均値が従う状態空間は一致する。状態空間平均化法による近似は、 $T_o = 0$  とするとき、サンプル点  $t = 0$  についても平均値に従う状態空間に時刻の 1 次の項まで一致する。この結果は、スイッチング周期が状態方程式の極により定まる回路の時定数より十分短く、Fig. 2 に示す出力電圧、インダクタ電流のスイッチング波形が直線であると見なせる時、状態空間平均化法により電圧、電流の 1 周期平均値が従う状態空間を精度良く近似できることを示している。

## 2. 提案法における実用的な Preactuation 時間の見積もり

Nonlinear preactuation の計算では、式 (18) に示すインダクタ電流の時間軸逆方向演算を無限時間行う必要があるが、非現実的である。これを実用的なものとするため、本節では、インダクタ電流の定常値への収束に対する許容誤差と、対応する逆方向演算で得られるインダクタ電流の Preactuation 時間  $T_{pre}$  を回路パラメータと出力指令値から導出し、提案法の実用における目安を示す。

本論文では、仮定 1 により定常状態間の電圧変化に対し Preactuation を適用することを仮定しているため、時刻  $t \leq 0$  においてキャパシタ電圧は定常値  $V_c(t) = V_o$  であると仮定できる。 $T_{pre}$  の導出は、式 (18) を条件  $V_c(t) = V_o$  の下で、初期インダクタ電流  $i_L(0)$  を用いて時刻  $t \leq 0$  について解くことで求められる。 $V_c, V_o$  が変化しない条件の下では、式 (18) を解析的に解けるため、厳密解が得られる。 $i_L(0)$  を式 (18) により正確に得られる場合は、Preactuation 時間の見積もりについて厳密解が得られる。 $i_L(0)$  の値を

正確に得られない場合は, app.Fig. 1 の Approximated  $i_L$  のように, 動作終了後のインダクタ電流の定常値を初期条件として代わりに用いる。この場合, 求められる  $T_{pre}$  は, 実際の  $T_{pre}$  に対する近似解を与える。

$I_L$  を, 昇圧コンバータの電圧変化前の定常状態におけるインダクタ電流とおき,  $I_L$  に対する  $i_L(0)$  の大きさの割合  $M$  を  $i_L(0) = (1 + M)I_L$  とおく。時刻  $t = -T_{pre}$  におけるインダクタ電流  $i_L(-T_{pre}) = (1 + \alpha M)I_L$  に変化したとすると,  $T_{pre}$  を求める。ここで,  $0 < \alpha < 1$  であり, インダクタ電流の電圧変化前の定常値  $I_L$  に対する誤差が,  $t = 0$  における値  $(1 + M)I_L$  から  $100\alpha$  [%] 収束することを表す。この意味で,  $T_{pre}$  はインダクタ電流の時間軸逆方向演算の  $100\alpha$  [%] 整定時間を表す。

$I'_L$  を, 昇圧コンバータの電圧変化前の定常状態の出力電圧を実現する2つのデューティ比の内, 通常は用いない高い方の動作点におけるインダクタ電流とする。具体的には, 出力電圧定常値  $V_o$  に対し

$$I_L = \frac{2V_o^2}{(rc + R)V_i - rcV_o + \sqrt{((rc + R)V_i - rcV_o)^2 - 4r_L(rc + R)V_o^2}}$$

$$I'_L = \frac{2V_o^2}{(rc + R)V_i - rcV_o - \sqrt{((rc + R)V_i - rcV_o)^2 - 4r_L(rc + R)V_o^2}}$$

である。

式 (18) を,  $t \leq 0$  においてキャパシタ電圧  $V_c$  一定とおき, 定常状態ではキャパシタ電圧と出力電圧は等しいため  $V_c = V_o$  の条件をおくと,

$$\dot{i}_L = -\frac{r_L}{L i_L} (i_L - I_L)(i_L - I'_L) \quad (\text{付 20})$$

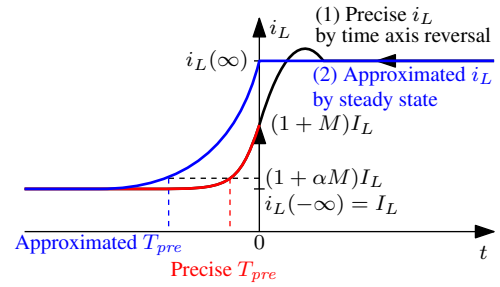
を得る。これは解析的に解くことができ

$$\left( \frac{|i_L - I_L|^{I'_L}}{|i_L - I'_L|^{I_L}} \right)^{\frac{1}{I'_L - I_L}} = K e^{\frac{r_L}{L} t} \quad (\text{付 21})$$

を得る。 $K$  は任意定数であり, 初期条件  $i_L(0) = (1 + M)I_L$  により定められる。これに加えて,  $i_L(-T_{pre}) = (1 + \alpha M)I_L$  とするとき, (付 21) より

$$T_{pre} = \frac{L}{r_L(I'_L - I_L)} \left( I_L \log \frac{1}{\alpha} + I'_L \log \left| \frac{I'_L - (1 + \alpha M)I_L}{I'_L - (1 + M)I_L} \right| \right) \quad (\text{付 22})$$

を得る。 $T_{pre}$  は, インダクタ素子により定まる時定数  $\frac{L}{r_L}$  と, 初期状態のインダクタ電流  $I_L$  の値により定まる。 $I_L$  が増加する時  $I'_L$  は減少,  $I'_L - I_L$  も減少するので,  $I_L$  が大きいほど回路パラメータが同じでも  $T_{pre}$  が長くなる。また,  $M$  が負, つまりインダクタ電流と, インダクタ電流の増加関数である出力電圧が下がる時に  $T_{pre}$  は延びる。Table 1 の回路パラメータにおける  $T_{pre}$  の例について app.Table 1 に示す。式 (18) の数値計算により得られる Numerical  $T_{pre}$  と式 (付 22) の厳密解 Exact  $T_{pre}$  は, 微分方程式を解く際の1タイムステップである  $0.1 \text{ ms}$  以内の精度で一致しており, 両者は丸め誤差の範囲で同じ結果を返すと言える。



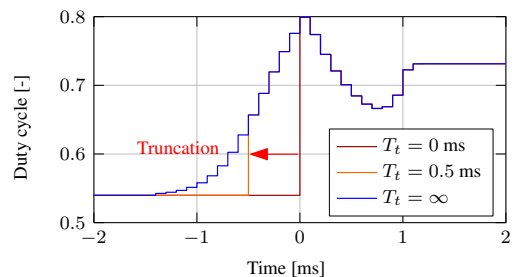
app. Fig. 1. Estimation of preactuation time  $T_{pre}$  by solving (18) by approximated  $i_L$  conditions.

app. Table 1. Estimated  $T_{pre}$  with variations of steady states of  $V_o$  by using numerical simulation. Numerical  $T_{pre}$  is obtained by the numerical calculation of the formula (18) by the time step of  $0.1 \text{ ms}$ . Precise  $T_{pre}$  is obtained by the formula (付 22) with  $(1 + M)I_L = i_L(0)$ , and approximated  $T_{pre}$  is obtained by the formula (付 22) with  $(1 + M)I_L = i_L(\infty)$ .  $\alpha$  is set to  $0.01$ .

$V_{ostart}$ [V]	$V_{oend}$ [V]	$I_L$ [A]	$M$ [-]	Numerical $T_{pre}$ [ms]	Precise $T_{pre}$ [ms]	Approx. $T_{pre}$ [ms]
10	15	2.15	2.57	1.3	1.28	1.28
15	10	5.53	0.39	2.9	2.9	2.8
8	12	1.33	2.43	0.7	0.66	0.74
8	16	1.33	4.92	1.1	1.0	1.1

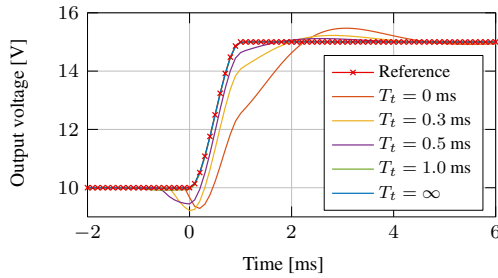
app. Table 2. Tracking performances of truncated preactuations by the truncation time  $T_t$  by using the numerical simulation. The time constants of small signal zero of the formula (10) in starting and ending steady states  $\tau_{zstart}$  is  $0.208 \text{ ms}$ ,  $\tau_{zend} = 0.707 \text{ ms}$ .

$T_t$ [ms]	$T_t/\tau_{zstart}$	$T_t/\tau_{zend}$	Undershoot [V]	Overshoot [V]	Maximum tracking error [V]
0.1	0.48	0.14	0.71	0.47	2.64
0.3	1.45	0.42	0.80	0.22	1.18
0.5	2.41	0.71	0.56	0.11	0.58
1.0	4.81	1.41	0.09	0.02	0.09
1.4	6.74	1.98	0.01	0.004	0.02



app. Fig. 2. Truncated input duty cycle.

動作終了後のインダクタ電流の定常値を初期条件として代わりに用いる Approximated  $T_{pre}$  によっても, 厳密解とオーダーが変わらない近似値を得られており, 定常状態のみから計算できる近似計算も大まかな見積もりに利用可能である。

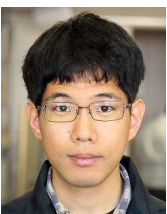


app. Fig. 3. Output voltage tracking results of truncated preactuations by the numerical simulation.

### 3. Preactuation の有限時間短縮による追従誤差への影響の評価

提案手法である Nonlinear preactuation における Preactuation の時間は、理論的には無限時間を要するが、実用上は有限時間である必要があることと、短いほど Delayed tracking におけるむだ時間が少ないなど制御上の利点が大い。本節では、Preactuation の時間軸逆方向演算を有限時間で打ち切ることが出力電圧の指令値追従誤差に与える影響を数値シミュレーションにより評価した結果を説明する。Preactuation の短縮として、app. Fig. 2 のように時刻  $t = 0$  より前の時間  $T_t$  以降でデューティ比を初期値に等しいとすることを考える。このときの追従性能の変化の様子を app. Fig. 3 に、アンダーシュート、オーバーシュート、出力電圧誤差最大値の変化を app. Table 2 に示す。ただし、この数値シミュレーションは第 5 節に示す実験と全く同じ回路パラメータおよび電圧指令値により行った。このケースでは、app. Table 2 より、Preactuation 時間  $T_t = 1.4$  ms において Preactuation はデューティ比生成の量子化の精度  $1/1000$  以下に収束するため、無限時間 Preactuation が実用的に達成できる性能の限界である。有限時間で Preactuation を打ち切るときにはアンダーシュートが発生する、出力電圧の立ち上がりに遅延時間が発生することを許容する必要がある。特に、app. Fig. 2 においてデューティ比が電圧変化の始点から大きく離れる  $T_t \leq 0.5$  ms のケースについて、アンダーシュートや出力電圧の立ち上がり時間遅延が大きくなっている。本論文の例においては、Preactuation 時間が短いほど、オーバーシュート、出力電圧追従誤差が大きくなるが、アンダーシュートには最大値を取る時刻が存在することが分かる。

三好正太（学生員） 2020年3月東京大学大学院工学系研究科電気工学専攻修士課程修了。現在、東京大学大学院工学系研究科電気系工学専攻博士課程に在学中。電気鉄道および電気機器制御に対する高精度制御技術の応用の研究に従事。IEEE 会員。



大西 亘（上級会員） 2018年3月東京大学大学院工学系



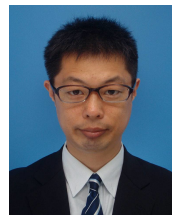
研究科電気系工学専攻博士課程修了。博士（工学）。2018年より東京大学大学院工学系研究科電気系工学専攻助教、2020年 Eindhoven 工科大学 University Researcher を経て、2022年より東京大学大学院工学系研究科電気系工学専攻講師となり現在に至る。制御工学、学習制御、最適化の基礎研究と、その精密位置決め、パワーエレクトロニクス、直流遮断器、鉄道システムなどへの応用研究に従事。計測自動制御学会、IEEE 会員。

古関隆章（上級会員） 1992年東京大学大学院工学系研究



科電気工学専攻博士課程修了。同大学工学部講師、助教授、同大学工学系研究科電子情報学専攻准教授、同大学工学系研究科電気系工学専攻准教授を経て現在同専攻教授。工学博士。電気機器制御の交通・輸送分野への応用の研究に従事。日本 AEM 学会、日本機械学会、精密工学会、日本鉄道電気技術協会、IEEE 会員。

佐藤 基（正員） 2005年長岡技術科学大学大学院電気電子



工学科修了。同年、東洋電機製造（株）入社。2016年東京大学大学院新領域創成科学研究科先端エネルギー工学専攻博士課程修了。博士（科学）。パワーエレクトロニクスに関する研究に従事。2017年 IEEE Transactions on Power Electronics 最優秀論文賞を受賞。日本ロボット学会、IEEE 会員。