

駆動側と負荷側情報を有効に利用するフィードバック制御器の 周波数応答データによる自動設計法

正員 大西 亘*

Frequency response data-based feedback controller auto-tuning method utilizing both collocated and non-collocated sensors

Wataru Ohnishi*, Member

(2019年3月18日受付)

In motion control applications, such as machine tools and high-precision positioning stages for the semiconductor or flat panel industry, it is becoming common to place sensors on not only the motor side (collocated side) but also the load side (non-collocated side). The load side information enables compensation of transmission dynamics, such as friction or backlash. However, due to the phase lag of the load side frequency characteristics, it is difficult to increase the feedback bandwidth. To address this problem, this paper proposes a frequency response data-based feedback controller design method utilizing both collocated and non-collocated sensors. Experimental results demonstrate that the proposed method effectively suppresses the input disturbance. Moreover, the proposed optimization requires less calculation time compared with nonlinear optimization with random initial values and achieves better performance.

キーワード: 自己共振相殺制御, 制御器自動設計, データベース設計, 周波数応答

Keywords: Self resonance cancellation control, feedback controller auto-tuning, data-based design, frequency response

1. はじめに

半導体や液晶製造装置, 工作機械の位置制御系においては, 駆動側のセンサだけでなく, 負荷側にもセンサを持つ例が増えている⁽¹⁾⁽²⁾. コロケートが取れている駆動側のみをフィードバック (FB) し, 駆動側から負荷側の特性が開ループになるものをセミクローズドループ制御, コロケートが取れていない負荷側の情報を直接 FB する制御をフルクローズドループ制御という⁽³⁾⁽⁴⁾. 位置決めしたい点 (Point of interest)⁽⁵⁾ の近くを FB するフルクローズドループ制御の方が, ねじれ剛性やバックラッシュといった駆動側・負荷側間の伝達特性や摩擦を含めて FB するために, 定常偏差など最終位置決め性能は高くなる。一方で, 負荷側情報の FB は, 駆動側の制御入力から負荷側の出力までの動特性に位相遅れがあるため, FB 帯域を上げにくい課題がある⁽⁶⁾.

駆動側・負荷側双方の情報を有効に利用し, 高帯域化を狙う手法として, 自己共振相殺制御 (Self Resonance Cancel-

lation: SRC)⁽⁷⁾ が提案された。この手法は, 剛体モードと主共振モードを 4 次のパラメトリックモデルとしてモデル化し, 駆動側・負荷側のセンサ情報を適切な比率で内分して重心点の座標を求め (共振を“相殺”), 主共振のない仮想的な系に対し高帯域 FB をする手法である。この手法は, 負荷側の位置を直接 FB していないため, 負荷側の位置決め性能が保証されていないという欠点がある。この点を改良したものに周波数分離自己共振相殺制御 (Frequency Separation Self Resonance Cancellation: FS-SRC)⁽⁸⁾ と, インナーループに SRC を用いた速度 PI (Proportional Integral) 制御, アウターループに P (Proportional) 制御を用いる SRC-P-PI 制御⁽⁹⁾ がある。一連の手法は, 主共振を含むパラメトリックモデルが必要な上, 複数共振がある場合の設計論は陽に議論されていない。

周波数応答による FB 制御器設計法は, Ziegler-Nichols 調整法⁽¹⁰⁾ をはじめ数多く提案されている。また, 最適化に基づく設計手法は, 遺伝的アルゴリズム⁽¹¹⁾, Nelder-Mead 法⁽¹²⁾, 粒子群最適化⁽¹³⁾ などが提案されている。凸最適化に基づく手法は, 望みの開ループ特性との差を最小化する手法⁽¹⁴⁾ や, Concave-Convex Procedure による逐次線形化 (Sequential Convex Programming: SCP) による手法^{(15)~(17)}

* 東京大学大学院工学系研究科
〒 113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1
Graduate School of Engineering, The University of Tokyo
7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo, 113-8656, Japan

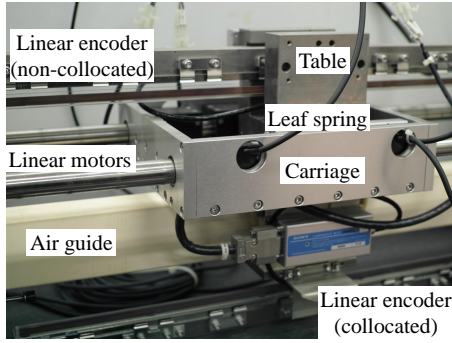


Fig. 1. High-precision positioning stage.

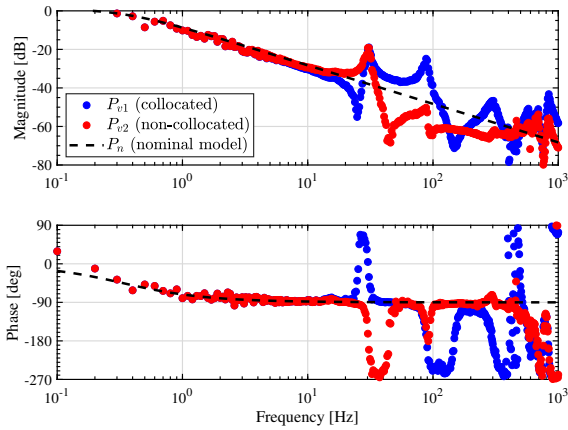


Fig. 2. Frequency response of the plant (input current to velocities). The frequency response data and the first order nominal model P_n are used for the controller design.

が提案されている。いずれの場合も、コロケート・ノンコロケート情報の双方が得られる場合の制御器設計法は、制御器の構造も含めて十分に議論されているとは言えないため、本稿ではその設計法を提案する。また、高次の制御器となる H_∞ 制御と比べると、制御器の次数・構造を指定するために産業界に受け入れられやすいという利点がある。また、制御対象の摂動は、重み関数を定義するのではなく、複数例の周波数応答データを用意すれば考慮可能である。さらに、本手法は制御対象のゲインだけでなく位相も陽に考慮して制御器パラメタを最適化の特徴がある。設定可能な設計仕様は、位相余裕・ゲイン余裕 (円条件⁽¹⁸⁾として定式化)、感度関数の低域の制約、感度関数の最大値である。

本稿では、負荷側・駆動側ともにエンコーダがあり、複数共振を持つ制御対象に対し、高い外乱抑圧性能を持つ制御器を周波数応答から自動設計する手法を提案する。本手法が設計に使用する情報は、1) 1 入力 2 出力の周波数応答データ、2) 剛体モデル (ノミナルの質量と粘性係数)、である。2) の剛体モデルについては、制御器ゲイン最適化の初期値に剛体モデルに対する極配置設計を用いているため、正確なモデルは必ずしも必要としない。提案する制御器の形は自己共振相殺制御を用いた駆動側速度 PI 制御+負荷側位置 P 制御の SRC-P-PI 制御系であり、Affine でない形の 4 変数を持つ。各変数は、速度制御について、1) SRC のパ

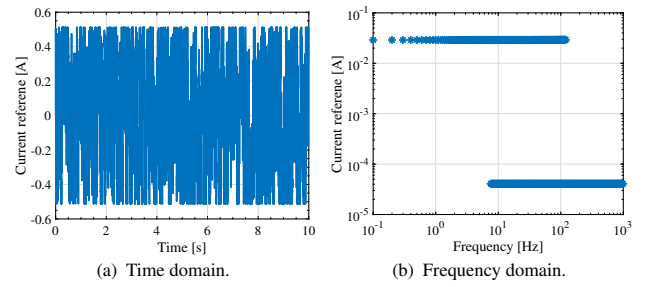


Fig. 3. Current input for system identification (data set 1: 0.1 – 120 Hz).

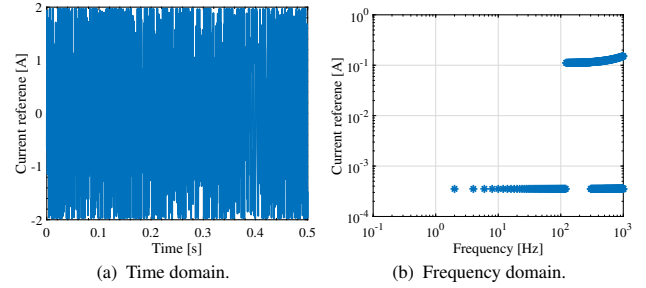


Fig. 4. Current input for system identification (data set 2: 122 – 1000 Hz).

ラメタである α の初期値決定、2) 極配置法、3) 逐次線形化、4) Nelder-Mead 法、そして位置制御について、5) 2 分法によるゲイン最大化、を順に用いて最適化していく。自己共振相殺制御では、1 次共振を完全に相殺するのが一般的であるが⁽⁷⁾、本手法ではあえて不完全に相殺する方が FB 帯域を向上できる場合があることが示された。これは、周波数応答データにより高次共振モードも考慮した結果である。本稿において比較する従来法は、1) 駆動側速度 PI 制御+負荷側位置 P 制御の P-PI 制御⁽¹⁹⁾、2) 負荷側位置 PID 制御、である。この 3 手法について、同じ制約条件でそれぞれ周波数応答を用いて最適なコントローラを設計し、精密位置決めステージを用いた実験より提案手法の有用性を示す。また、非線形最適化問題には強い初期値依存性があることが知られている⁽²⁰⁾⁽²¹⁾。提案手法は最適化の初期値として、極配置法と逐次線形化を順に適用して得られた値を用いることを特色とする。提案手法は、無作為に選んだ 1000 通りの初期値に対し Nelder-Mead 法を用いた場合よりも、はるかに短い計算時間でより高い性能が得られることも示す。

2. 実験装置

〈2・1〉 制御対象 制御対象として用いる 1 軸の精密位置決めステージを Fig. 1 に示す。入力は Linear motor からの電流 $u(t)$ である。図中、Table と Carriage の間に Leaf spring (板バネ) があるため、Carriage 側がコロケート系であり、Table 側がノンコロケート系となっている。Carriage と Table 側にそれぞれ 1 nm の分解能のリニアエンコーダを持つ。コロケート側の位置・速度をそれぞれ p_1, v_1 とし、ノンコロケート側の位置・速度をそれぞれ p_2, v_2 とする。Table 側に加工対象物がある想定のため、位置決め目標は

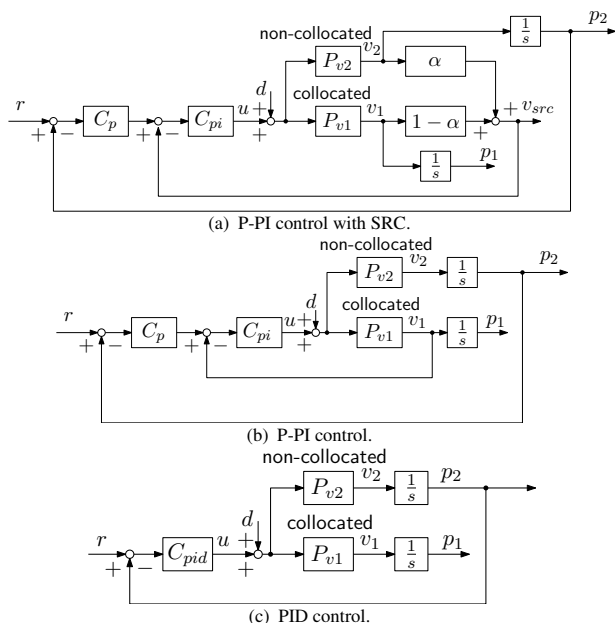


Fig. 5. Block diagrams of the compared controller configurations.

p_2 である。

〈2・2〉 周波数応答データの取得 Fig. 2 に, Fig. 1 のステージの入力電流から速度までの周波数特性を示す。システム同定のための入力信号の生成と周波数応答の測定には Frequency domain identification⁽²²⁾⁽²³⁾ を用いた。入力信号 $u(t)$ は, (1) 式で示される Multisine を用いた。

$$u(t) = \sum_{i=1}^N A_i \sin(2\pi f_i t + \phi_i) \dots \dots \dots (1)$$

ただし, N は印加する周波数点の数, f_i は i 番目の周波数, ϕ_i は i 番目の正弦波の位相を表す。Crest factor を最小化するように位相 ϕ_i を最適化する。手法の詳細は文献(23)を参照されたい。実際に印加した同定信号を Fig. 3 および Fig. 4 に示す。Fig. 4 に示すとおり, S/N 比を向上させるため, 予め同定した電流制御系の閉ループ伝達関数の逆特性の重みをつけ, 高周波域に重点的にエネルギーを印加している。このように, 印加する信号の周波数重みを細かく調整できることが, Chirp 信号やランダム信号に対して Multisine の優位な点である。

Fig. 2 から, コロケート側である P_{v1} はまず 1 次モードは反共振, 次に共振を持っていることがわかる。一方で, P_{v2} はノンコロケート系であるため, まず共振を持ち, 次に反共振を持っている。剛体モードについて 1 次近似したモデルを P_n とし, (2) 式で定義する。

$$\begin{cases} P_n(s) = \frac{1}{M_n s + B_n} \dots \dots \dots (2) \\ M_n = 0.412, B_n = 0.866 \end{cases}$$

本提案手法は, 周波数応答データと, (2) 式の剛体モードを表すノミナルモデル $P_n(s)$ のみを制御系設計に利用する。

3. SRC-P-PI 制御器設計 (提案法)

本節では, 周波数応答に基づく SRC-P-PI 制御の設計法を提案する。ブロック図を Fig. 5(a) に示す。

SRC を用いた際の実速度制御系の制御対象の周波数応答は

$$P_{vsrc}(j\omega_k, \alpha) = (1 - \alpha)P_{v1}(j\omega_k) + \alpha P_{v2}(j\omega_k) \dots \dots (3)$$

で与えられる。ただし, ω_k は測定した周波数点の周波数であり, 添字の k はデータ番号を示す。よって, 速度制御系の開ループ特性は

$$L_{vsrc}(j\omega_k, \rho, \alpha) = [(1 - \alpha) \alpha] \begin{bmatrix} P_{v1}(j\omega_k) \\ P_{v2}(j\omega_k) \end{bmatrix} [k_{vp} \ k_{vi}] \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{j\omega_k} \end{bmatrix} (4)$$

となる。ただし, ρ はゲインであり, PI 制御であるため $\rho = [k_{vp}, k_{vi}]^T$ と定義する。このように, 複数センサを用いる制御器の構造では, 速度 FB 制御系の開ループ周波数特性が調整パラメタに対して Affine とはならない。本提案手法では, 最終的に適用する非線形最適化手法である Nelder-Mead 法⁽²⁰⁾⁽²⁴⁾ に適切な初期値を与えるため, 極配置法と逐次線形化法を順に適用していく。

〈3・1〉 Step 1. 周波数応答を用いた一次共振を相殺する α の最適化

自己共振相殺制御では, α を 2 慣性系の 4 次モデルにおける慣性比に取ることで, 共振モードを“相殺”し不可観測にする⁽⁸⁾。このような α を, α_{src} と定義する。本節では, これを周波数応答を用いた最適化問題として定式化し, α_{src} を数値的に求める手法を提案する。

α_{src} は, 1 次共振を“相殺”することから, (5)–(7) 式に定義する最適化問題を解くことによって, 1 次共振付近のゲイン特性をフラットにする α を求める。

$$\underset{\alpha}{\text{minimize}} \quad \|j\omega_k(1 - \alpha)P_{v1}(j\omega_k) + j\omega_k\alpha P_{v2}(j\omega_k)\|_{\infty} (5)$$

$$k \in [k_{min}, k_{max}] (6)$$

$$\text{subject to} \quad 0 \leq \alpha \leq 1 (7)$$

ここで, ω_{kmin} と ω_{kmax} は 1 次共振によって, ゲイン・位相が変化する範囲の周波数である。また, (7) 式は, Fig. 1 に示す 2 つのリニアエンコーダの値を内分する条件である。両エンコーダはステージの上部および下部にあり, ステージ全体の重心点はその間にあると考えられるため, (7) 式を制約条件として設定した。

〈3・2〉 Step 2. 極配置設計による C_{pi} 初期ゲイン設定

(2) 式に示した 1 次モデルに対する, 重根配置の極配置設計による 1 パラメタチューニングにより, 初期 PI 制御ゲインを求める。

PI 制御の伝達関数を (8) 式に示す。

$$C_{pi}(s) = k_{vp} + \frac{k_{vi}}{s} \dots \dots \dots (8)$$

電流指令値から速度までのノミナルモデル (2) 式に対し, PI 制御によって速度閉ループ系の根を $(s + \omega_v)^2$ に極配置するゲインは, (2) 式および (8) 式から⁽²⁵⁾

$$k_{vp} = 2\omega_v M_n - B_n, k_{vi} = \omega_v^2 M_n \dots \dots \dots (9)$$

で与えられる。ゆえ、開ループ特性は $L(j\omega_k, \omega_v) = P(j\omega_k)C(j\omega_k, \omega_v)$ となる。 ω_v の最大値は、以下の最適化問題を 2 分法により解いて求める。ただし、 $\alpha = \alpha_{src}$ とする。

$$\text{maximize} \quad \omega_v \quad \dots \dots (10)$$

$$\text{subject to} \quad r_m - |L(j\omega_k, \omega_v) + \sigma| \leq 0, \forall k \dots \dots (11)$$

$$\frac{1}{M_S} - |1 + L(j\omega_k, \omega_v)| \leq 0, \forall k \dots \dots (12)$$

ここで、(11) 式はゲイン余裕と位相余裕に関する円条件⁽¹⁸⁾による制約である。位相余裕を Φ_m 、ゲイン余裕を g_m とすると、ナイキスト線図上のこの 2 点を通り、かつ臨界点を内部に含む円盤の中心 $(-\sigma, j0)$ および半径 r_m は

$$\begin{cases} \sigma = \frac{g_m^2 - 1}{2g_m(g_m \cos \Phi_m - 1)} \\ r_m = \frac{(g_m - 1)^2 + 2g_m(1 - \cos \Phi_m)}{2g_m(g_m \cos \Phi_m - 1)} \end{cases} \dots \dots \dots (13)$$

で与えられる。(12) 式は感度関数の最大値を M_S 以下にする制約である。また、特定周波数に外乱が存在することが事前に明らかな際には、 M_S を周波数依存にすることが有効である。

この後に、Step 5 を用いて C_p を設計した例を SRC-P-PI (Case 1) とする。

〈3・3〉 Step 3. 逐次線形化による C_{pi} のゲイン更新 Step 2 では 1 パラメタチューニングであったが、Step 3 では PI 制御器の k_{vp} と k_{vi} を設計仕様の制約を満たしつつ、周波数応答を用いて独立に調整をする。ここで、問題を Affine にするため、 $\alpha = \alpha_{src}$ と固定している。

制御器の周波数応答と開ループの周波数応答は

$$C_{pi}(j\omega_k, \rho) = \rho^T \phi(j\omega_k) \dots \dots \dots (14)$$

$$L(j\omega_k, \rho) = P(j\omega_k)C_{pi}(j\omega_k, \rho) \dots \dots \dots (15)$$

と表される。ただし、 $\phi(j\omega_k)$ は制御器の基底、 ρ は制御器のゲインである。PI 制御器の場合、 $\phi(j\omega_k) = [1, \frac{1}{j\omega_k}]^T$ 、 $\rho = [k_{vp}, k_{vi}]^T$ である。

定式化する最適化問題を (16)–(20) 式に示す。

$$\text{maximize} \quad \Omega_{gc} \quad \dots \dots (16)$$

$$\text{subject to} \quad \left| \frac{\Omega_{gc}}{j\omega_k} \right|^m - |1 + L(j\omega_k, \rho)| \leq 0, \forall k \dots \dots (17)$$

$$\frac{1}{M_S} - |1 + L(j\omega_k, \rho)| \leq 0, \forall k \dots \dots (18)$$

$$r_m - |L(j\omega_k, \rho) + \sigma| \leq 0, \forall k \dots \dots (19)$$

$$0 \leq \rho \quad \dots \dots (20)$$

(16) 式は、(17) 式に示す感度関数の低域への制約を表す。 Ω_{gc} は $\left| \frac{j\omega_k}{\Omega_{gc}} \right|^m$ で表される感度制約の 0 dB クロスオーバー周波数であり、これを最大化することで感度関数全体を可能な

Table 1. Design results (SRC-P-PI control).

	α	k_{vp}	k_{vi}	ω_v, Ω_{gc} [rad/s]	k_{pp}	Note
SRC-P-PI (Case 1)	0.484	17.3	194	$\omega_v = 21.3$	50.4	PP
SRC-P-PI (Case 2)	0.484	15.1	1710	$\Omega_{gc} = 35.2$	16.6	PP→SCP
SRC-P-PI (Case 3)	0.571	18.8	2160	$\Omega_{gc} = 39.5$	20.3	PP→SCP→NM
SRC-P-PI (NM1000)	0.0177	9.03	524	$\Omega_{gc} = 16.9$	9.27	See sec. 4.3

PP: Pole Placement, SCP: Sequential Convex Programming, NM: Nelder-Mead method

限り右に抑え込む役割がある[†]。(17)–(19) 式は凸関数の差 (difference of convex: DC) であり、非凸であるため、テラー展開により (21)–(23) 式のようにそれぞれ線形近似を行う^{(15)–(17)}。

$$\left| \frac{\Omega_{gc}}{j\omega_k} \right|^m - \Re \left(\frac{(L_j(j\omega_k, \rho_j) + 1)^*}{|L_j(j\omega_k, \rho_j) + 1|} (L(j\omega_k, \rho) + 1) \right) \leq 0, \forall k (21)$$

$$\frac{1}{M_S} - \Re \left(\frac{(L_j(j\omega_k, \rho_j) + 1)^*}{|L_j(j\omega_k, \rho_j) + 1|} (L(j\omega_k, \rho) + 1) \right) \leq 0, \forall k \dots (22)$$

$$r_m - \Re \left(\frac{(L_j(j\omega_k, \rho_j) + \sigma)^*}{|L_j(j\omega_k, \rho_j) + \sigma|} (L(j\omega_k, \rho) + \sigma) \right) \leq 0, \forall k \dots (23)$$

ただし、 \Re と $*$ は実部および複素共役を示す。これを繰り返し計算することで局所最適解を求めることができる。 $L_j(j\omega_k, \rho_j)$ は、前回の繰り返し計算における開ループの周波数特性を示す。また、(20) 式は安定な制御器となる制約である。 Ω_{gc} は 2 分法により最大化され、feasibility problem を YALMIP⁽²⁶⁾ と MOSEK⁽²⁷⁾ により解いた。

この後に、Step 5 を用いて C_p を設計した例を SRC-P-PI (Case 2) とする。

〈3・4〉 Step 4. Nelder-Mead 法による C_{pi} および α の最適化 このステップでは、非線形最適化手法の一つである Nelder-Mead 法を適用し、(24)–(29) 式に示すように、凸近似せずに SRC の α も含めて非線形最適化問題として解く。

$$\text{maximize} \quad \Omega_{gc} \quad \dots (24)$$

$$\text{subject to} \quad r_m - |L(j\omega_k, \rho, \alpha) + \sigma| \leq 0, \forall k \dots (25)$$

$$\left| \frac{\Omega_{gc}}{j\omega_k} \right|^m - |1 + L(j\omega_k, \rho, \alpha)| \leq 0, \forall k \dots (26)$$

$$\frac{1}{M_S} - |1 + L(j\omega_k, \rho, \alpha)| \leq 0, \forall k \dots (27)$$

$$0 \leq \rho \quad \dots (28)$$

$$0 \leq \alpha \leq 1 \quad \dots (29)$$

初期値には Step 3 で用いた α_{src} と C_{pi} を用いる。(29) 式は、(7) 式と同様に α がセンサ点の値を内分する条件である。これにより得られた α を α_{opt} と定義する。この後に Step 5 を用いて C_p を設計した例を SRC-P-PI (Case 3) とする。

〈3・5〉 Step 5. 2 分法による C_p の最大化 アウター

[†] (17) 式と (18) 式の制約式は、 $\left| \frac{\Omega_{gc}}{j\omega_k} \right|^m$ と $\frac{1}{M_S}$ の大小関係により冗長になるため、実装上は冗長な制約式を削除すると良い。

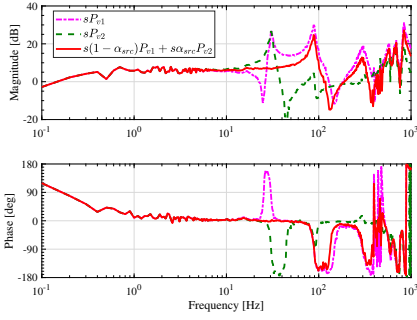


Fig. 6. Initial value of α for SRC, determined by the optimization (5)–(7).

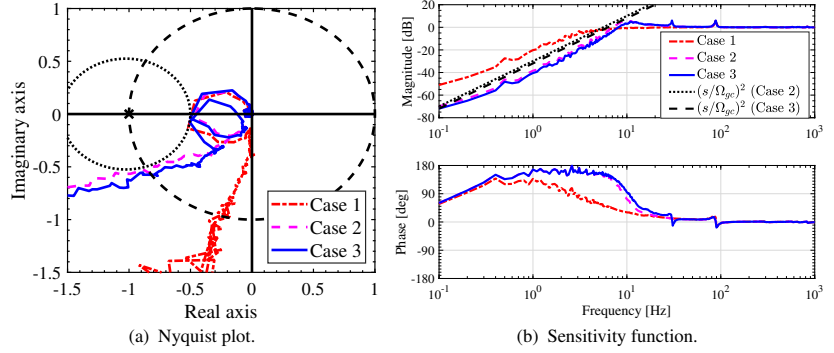


Fig. 7. Design results of the velocity loop (SRC-P-PI control).

Table 2. Tracking error comparison of the experimental results in mm. () denotes the relative values compared with SRC-P-PI (Case 3).

Methods	$\ e\ _2$	$\ e\ _\infty$
SRC-P-PI (Case 1)	12.6 (2.73)	1.06 (2.03)
SRC-P-PI (Case 2)	6.71 (1.45)	0.653 (1.25)
SRC-P-PI (Case 3)	4.61 (1.00)	0.523 (1.00)
SRC-P-PI (NM1000)	26.4 (5.73)	1.97 (3.77)
P-PI (Case 2)	63.6 (13.79)	3.95 (7.55)
PID (Case 3)	37.5 (8.12)	2.59 (4.95)

Table 3. Calculation time comparison.

	Laptop computer	Desktop computer
CPU (# of cores)	Core i7 8550U (4 core)	Core i9 9900K (8 core)
Memory	12GB	48GB
NM1000	13279 [s] (221 [min])	7753 [s] (129 [min])
NM1000 (Parallel)	4764 [s] (79 [min])	1305 [s] (22 [min])
SRC-P-PI (Case 3)	26 [s]	19 [s]

ループの位置 P 制御器を $C_p = k_{pp}$ とおく。開ループ特性 $L_p(j\omega, k_{pp})$ は下式で求まる。

$$L_p(j\omega_k, k_{pp}) = k_{pp} \frac{C_{pi}(j\omega_k) \frac{P_{v2}(j\omega_k)}{j\omega_k}}{1 + L_{vsrc}(j\omega_k, \rho, \alpha)} \dots \dots \dots (30)$$

ゆえ、ゲイン余裕・位相余裕と感度関数の最大値の制約を満たす最大の比例ゲイン k_{pp} は、以下の最適化問題を 2 分法で解くことにより求まる。

$$\text{maximize} \quad k_{pp} \quad \dots (31)$$

$$\text{subject to} \quad r_m - |L_p(j\omega_k, k_{pp}) + \sigma| \leq 0, \quad \forall k \dots (32)$$

$$\frac{1}{M_S} - |1 + L_p(j\omega_k, k_{pp})| \leq 0, \quad \forall k \dots (33)$$

4. 実験検証

〈4・1〉 設計仕様と実験条件 Fig. 1 に示す 1 軸の精密位置決めステージを用い、提案手法の実験検証を行った。ゲイン余裕は 6 dB、位相余裕は 30 度として設計を行った。この条件では、感度関数の最大値は 6.04 dB 以下であることが保証されるため^{(28)†}、感度関数に関する (12), (18), (27),

† 感度関数の制約円が、位相余裕・ゲイン余裕の円条件に内包されるため。

(33) 式の制約条件は陽に与えなかった。(17) 式における m は、プラントの積分性と制御器の積分器を考慮し、 $m = 2$ とおいた。

設計されたパラメタを Tab. 1 に示す。サンプリング周期は $400 \mu\text{s}$ とした。 $t = 0.0 \text{ s}$ に 1 A の入力端外乱を印加した。再現性を示すため、実験は各 10 回行い、Fig. 9, 11, 12 では重ね書きをして示した。 $-0.2 \leq t \leq 0.8$ における位置決め誤差の 2 ノルムおよび最大値の、10 回の実験の平均を Tab. 2 に示す。

〈4・2〉 提案手法の設計結果 Step 1 において、1 次共振のゲインを最小化する意味での SRC の最適な α は $\alpha_{src} = 0.484$ と求まった。ただし、Fig. 2 から $\omega_{k_{min}} = 22.4 \times 2\pi$ [rad/s], $\omega_{k_{max}} = 32.6 \times 2\pi$ [rad/s] と設定した。SRC 適用後の制御入力から加速度までの周波数応答を Fig. 6 に示す。1 次共振のある $\omega_{k_{min}}$ から $\omega_{k_{max}}$ の間で、ゲインおよび位相特性が平坦になっていることが分かる。

SRC-P-PI 制御の各設計結果を Tab. 1 および Fig. 7 に示す。また、SRC の適用した制御入力から速度までの周波数応答を Fig. 8 に示す。Fig. 8 から、SRC-P-PI (Case 3) における $\alpha = \alpha_{opt}$ では 1 次共振を不完全に相殺する結果となっている。これは、Fig. 2 から、90 Hz 付近の 2 次共振のゲインがコロケート側 (P_{v1}) で大きく、ノンコロケート側 (P_{v2}) で小さいため、 α を 1 に近づけると 2 次共振のゲインが下がるためであると考えられる。結果として、Fig. 7(a) から、SRC-P-PI (Case 3) においてはナイキスト線図の 1 次共振・2 次共振がほぼ同じ大きさの円を描いて円条件の制約に接することで、帯域を最大化している。また、Fig. 7(b) から、最適化のステップを経るごとに、感度関数の低域のゲインがさらに低減されていることが分かる。

SRC-P-PI (Case 1, 2, 3) の各手法のステップ外乱抑圧応答を Fig. 9 に示す。Fig. 9(a) および Tab. 2 から、SRC-P-PI (Case 3) においては、Case 1 と Case 2 に比べてそれぞれ位置決め誤差の最大値および 2 ノルムが減少し、外乱抑圧性能が向上したことが示された。

〈4・3〉 Nelder-Mead 法の初期値依存性 提案手法では、非線形最適化アルゴリズムの Nelder-Mead 法の初期値として、 α を一次共振を相殺する値に固定した上で極配置法・逐次線形化のステップ経た値を用いている。本節では、

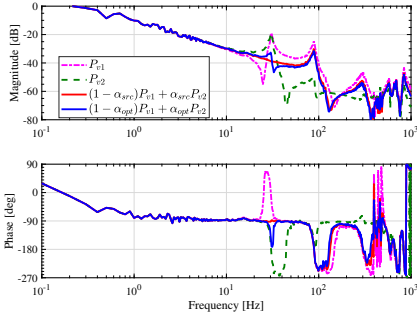


Fig. 8. Frequency response of the plant with SRC.

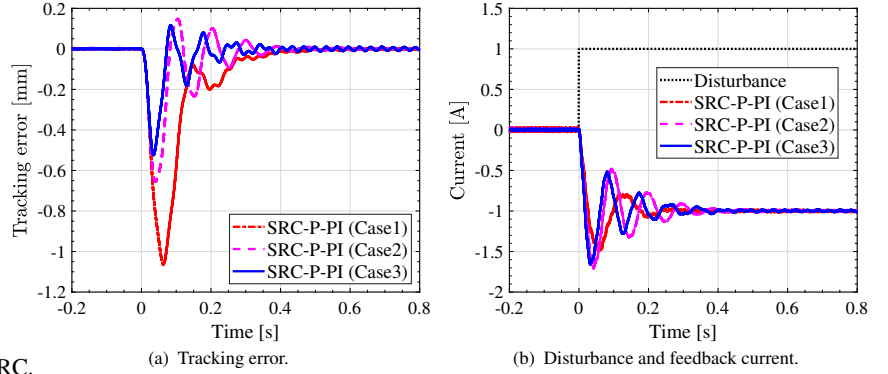


Fig. 9. Experimental results for step disturbance rejection (SRC-P-PI control).

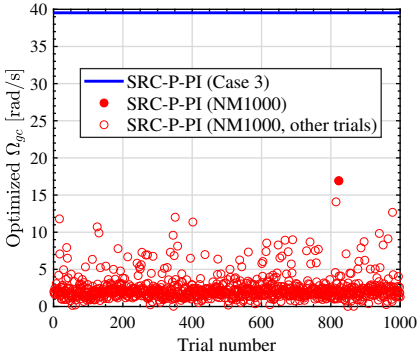


Fig. 10. Optimization results by Nelder-Mead method.

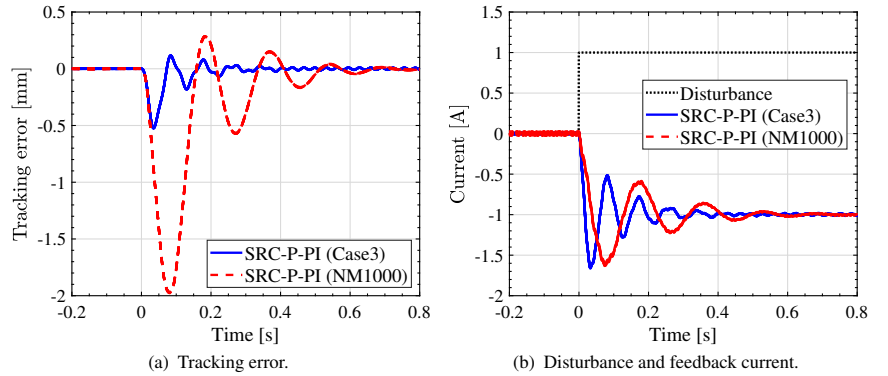


Fig. 11. Experimental results for step disturbance rejection (SRC-P-PI (Case 3, NM1000)).

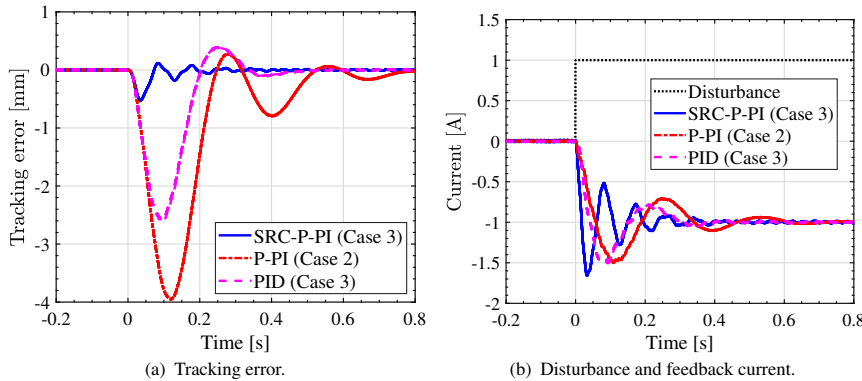


Fig. 12. Experimental results for step disturbance rejection (SRC-P-PI, P-PI, and PID control).

この手順の有効性を示すため、無作為に選んだ初期値に対し Nelder-Mead 法を適用した結果と比較する。

Nelder-Mead 法の初期値として、 $0 \leq \alpha \leq 1$, $0 \leq k_{vp} \leq 1$, $0 \leq k_{vi} \leq 10$ から無作為に 1000 通り選んだ[†]。最適化の結果得られた Ω_{gc} を Fig. 10 に示す。1000 回の試行で最大の Ω_{gc} が得られた例を“SRC-P-PI (NM1000)”とし、その他の例を“SRC-P-PI (NM1000, other)”として示した。得られたゲインを Tab. 1 に示す。提案する SRC-P-PI (Case 3) よりも低いゲインで収束していることが分かる。

Tab. 3 に、両手法の計算時間を示す。NM1000 (Parallel)

[†] Nelder-Mead 法における不等式制約は、制約を破った場合に評価関数を ∞ とすることで実装した。初期解が feasible である必要があるため、ゲインの初期値を比較的小さい範囲で選んだ。

は MATLAB の `parfor` を使って CPU コア数と同じワーカー数の並列プールで計算したものである。提案手法では、Nelder-Mead 法の初期値としては 1 通りしか与えていないが、はるかに短い時間で性能の高い制御器が得られることが分かる。また、提案手法は Laptop computer を用いても 26 秒で計算が終わっており、計算時間の点でも実用的であることが分かる。

Fig. 11 に、SRC-P-PI (Case3) と SRC-P-PI (NM1000) の外乱抑圧特性の実験結果を示す。Tab. 2 から、SRC-P-PI (Case3) の位置決め誤差は SRC-P-PI (NM1000) に比べ、2 ノルムにおいて 5.73 倍、最大値は 3.77 倍減少したことが分かる。よって、提案する最適化手順により、高い外乱抑圧性能が得られたことが示された。

〈4・4〉 P-PI 制御, PID 制御との比較 本節では, SRC-P-PI 制御の制御器構造の優位性を示すため, Fig. 5 に示した, P-PI 制御と PID 制御との比較を示す。両手法の設計法は, 付録の第 1 章と第 2 章に示すように, 提案手法と同様に周波数応答データと低次ノミナルモデルのみを用いた。設計手順としては, 提案手法と同様に極配置法・逐次線形化法を順に用いた。さらに, PID 制御においては疑似微分時定数の最適化のため, 逐次線形化により得られた値を初期値に Nelder-Mead 法を適用している。この点で, 提案手法と公平なゲインチューニング法を適用したと言える。詳細は付録を参照されたい。

3 手法の実験による比較 Fig. 12 と Tab. 2 に示す。SRC-P-PI (Case 3) と PID (Case 3) の比較から, ノンコロケート側のセンサのみでは十分な外乱抑圧性能が得られないことが分かる。SRC-P-PI (Case 3) と P-PI (Case 2) との比較から, インナーループの自己共振相殺制御による帯域向上により, 7.55 倍最大位置決め誤差が減少していることが分かる。以上により, SRC-P-PI 制御の制御器構造の優位性と, 提案した自動設計手法の有効性が示された。

5. まとめ

本稿では, 駆動側と負荷側の双方にエンコーダを持っている制御対象に対し, 自己共振相殺制御をマイナーループに持つ P-PI 制御系の自動設計法を提案した。提案手法は, 低次モデルを用いた極配置法により得られたゲインを初期値とし, 逐次線形化法と非線形最適化法を順に適用するものであり, ステップを経るごとに感度関数の帯域が向上することが示された。また, 無作為な初期値から非線形最適化法を適用した例に比べ, はるかに少ない計算時間で性能の高い制御器が得られることが示された。さらに, P-PI 制御および PID 制御の周波数特性を用いた設計法と比べて外乱抑圧性能が高いことを示し, SRC-P-PI 制御の制御器構造の優位性と, 提案した自動設計手法の有効性を示した。

駆動側のみならず, 負荷側にもエンコーダを持つ例が増えていくなかで, 双方の情報を有効利用する FB 制御系のパラメタの設計法を提案したといえる。従来の自己共振相殺制御では, 2 次共振以降を考慮しないため, 1 次共振を相殺する点に内分比を設定するのが一般的であった。提案した最適化法では, 2 次共振以降も周波数応答データにより陽に考慮できるため, 1 次共振を完全には相殺しない解の方が帯域を向上できることが示された。本手法は, パラメトリックな高次プラントモデルを必要とせず, 周波数応答データの点列を用いて設計するという点で, 有用性が高いと考える。今後の課題は, より次数の高い制御器の自動設計法へ拡張することが挙げられる。

謝 辞

貴重なご助言と実験装置のご支援をいただいた, 東京大学藤本博志准教授に深く感謝します。本研究は JSPS 科研費 18H05902 の助成を受けたものです。

- (1) S. Futami: "Precise Position Servo System", *Journal of The Society of Instrument and Control Engineers*, vol. 39, no. 10, pp. 659-662, 2000. (in Japanese)
二見茂, "精密位置サーボ系," 計測と制御, vol. 39, no. 10, pp. 659-662, 2000.
- (2) S. Yamada, H. Fujimoto, and Y. Hori: "Vibration Suppression Control of Two-Inertia System without Using Drive-Side Information by Applying High-Resolution Encoder", *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 135, no. 3, pp. 212-219, 2015. (in Japanese)
山田翔太, 藤本博志, 堀洋一, "高分解能エンコーダの適用による駆動側情報を用いない 2 慣性系の制振制御法," 電気学会論文誌 D (産業応用部門誌), vol. 135, no. 3, pp. 212-219, 2015.
- (3) 松原厚, 精密位置決め・送り系設計のための制御工学. 2008.
- (4) T. Yamaguchi, M. Hirata, and J. C. K. Pang, *High-speed precision motion control*. 2011.
- (5) H. Butler, "Position Control in Lithographic Equipment," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 31, no. 5, pp. 28-47, 2011.
- (6) A. Hara, K. Saiki, K. Sakata, and H. Fujimoto, "Basic examination on simultaneous optimization of mechanism and control for high precision single axis stage and experimental verification," in *34th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics*, pp. 2509-2514, 2008.
- (7) K. Sakata, H. Fujimoto, and Kazuaki Saiki: "Design of Feedback Control for Robustness of Resonance Mode using Multiple Sensors for High-Precision Gantry Stage", in *IEE of Japan Technical Meeting Record, IIC-11-065*, pp. 83-88, 2011. (in Japanese)
坂田晃一, 藤本博志, 佐伯和明, "超精密ガントリステージにおける複数センサを用いた共振モードにロバストなフィードバック制御器設計," in 電気学会研究会資料 IIC, 産業計測制御研究会, no. 49, pp. 83-88, 電気学会, 2011.
- (8) K. Sakata, H. Asaumi, K. Hirachi, K. Saiki, and H. Fujimoto, "Self Resonance Cancellation Techniques for a Two-Mass System and Its Application to a Large-Scale Stage," *IEEE Journal of Industry Applications*, vol. 3, no. 6, pp. 455-462, 2014.
- (9) A. Hasegawa, H. Fujimoto, and T. Takahashi, "Robot Joint Angle Control Based on Self Resonance Cancellation Using Double Encoders," in *IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, pp. 460-465, 2017.
- (10) J. G. Ziegler and N. B. Nichols, "Optimum settings for automatic controllers," *Transactions of the ASME*, vol. 64, no. 11, pp. 759-768, 1942.
- (11) K. S. Tang, K. F. Man, G. Chen, and S. Kwong, "An optimal fuzzy PID controller," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 48, no. 4, pp. 757-765, 2001.
- (12) S. Lee, N. Marsolan, T. Sun, S. Lee, and B. Kilian, "Application of Self-Optimizing Controllers to Variable Time-Delay Processes," in *American Control Conference*, pp. 1275-1280, 1985.
- (13) Z.-L. Gaing, "A Particle Swarm Optimization Approach for Optimum Design of PID Controller in AVR System," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 19, no. 2, pp. 384-391, 2004.
- (14) A. Karimi and G. Galdos, "Fixed-order H_∞ controller design for non-parametric models by convex optimization," *Automatica*, vol. 46, no. 8, pp. 1388-1394, 2010.
- (15) A. Yuille and A. Rangarajan, "The Concave-Convex Procedure," *Neural Computation*, vol. 15, no. 4, pp. 915-936, 2003.
- (16) M. Hast, K. Åström, B. Bernhardsson, and S. Boyd, "PID Design by Convex-Concave Optimization," in *European Control Conference*, pp. 4460-4465, 2013.
- (17) K. Nakamura, K. Yubai, D. Yashiro, and S. Komada, "Controller Design Method Achieving Maximization of Control Bandwidth by Using Nyquist Diagram," in *International Automatic Control Conference*, pp. 35-40, 2016.
- (18) Y. Maeda and M. Iwasaki, "Circle condition-based feedback controller design for fast and precise positioning," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 2, pp. 1113-1122, 2014.
- (19) J.-s. Hu, F.-r. Hu, and C.-h. Kang, "On the Two-Inertia System: Analysis of the Asymptotic Behaviors to Multiple Feedback Position Control," *Asian Journal of Control*, vol. 16, no. 1, pp. 175-187, 2014.
- (20) J. A. Nelder and R. Mead, "A Simplex Method for Function Minimization," *The Computer Journal*, vol. 7, no. 4, pp. 308-313, 1965.
- (21) J. Nocedal and S. J. Wright, *Numerical Optimization*. 2006.
- (22) R. Pintelon, P. Guillaume, Y. Rolain, J. Schoukens, and H. Van Hamme, "Parametric identification of transfer functions in the frequency domain-a survey," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 39, no. 11, pp. 2245-2260, 1994.
- (23) R. Pintelon and J. Schoukens, *System Identification: A Frequency Domain*

Approach. Wiley-IEEE Press, 2nd ed., 2012.

- (24) J. C. Lagarias, J. A. Reeds, M. H. Wright, and P. E. Wright, "Convergence Properties of the Nelder–Mead Simplex Method in Low Dimensions," *SIAM Journal on Optimization*, vol. 9, no. 1, pp. 112–147, 1998.
- (25) G. C. Goodwin, S. F. Graebe, and M. E. Salgado, *Control System Design*. 2000.
- (26) J. Löfberg, "YALMIP: A Toolbox for Modeling and Optimization in MATLAB," in *Proceedings of the CACSD Conference*, 2004.
- (27) MOSEK ApS, "MOSEK Optimization Toolbox for MATLAB 8.1.0.59," 2017.
- (28) S. Skogestad and I. Postlethwaite, *Multivariable feedback control: analysis and design*. Wiley, 2005.

付 録

1. P-PI 制御器設計

本節では、周波数応答に基づく P-PI 制御の設計法について述べる。ブロック図を Fig. 5(b) に示す。本手法は、SRC-P-PI 制御において $\alpha = 0$ に固定したものに相当する。

〈1・1〉 設計手法 本手法は以下のステップからなる。

Step 1. 極配置設計による C_{pi} 初期ゲイン設定

SRC-P-PI 制御と同様に、インナーループの PI 速度制御器を (2) 式に示す 1 次モデルに対する極配置により設計する。(10)–(12) 式の最適化問題を適用し、 C_{pi} の初期ゲインを決定する。次に Step 2 を経ずに Step 3 によって C_p を設計した例を P-PI (Case 1) と定義する。

Step 2. 逐次線形化による C_{pi} のゲイン決定

Step 1. は極配置設計を用いた 1 パラメタチューニングであったが、このステップでは Step 1. で得られた C_{pi} を初期コントローラとし、第 3.3 節に示した逐次線形化を用いてゲインを決定する。 m は SRC-P-PI 制御と同様に $m = 2$ とおいた。逐次線形化により得られた速度制御器に対し、Step 3 により C_p を設計した例を P-PI (Case 2) と定義する。

Step 3. 2 分法による C_p の最大化

アウトーループの $C_p = k_{pp}$ は 1 パラメータであるため、2 分法を用いて (31)–(33) 式を適用し k_{pp} を導出する。

〈1・2〉 設計結果 設計結果を app. Tab. 1 と app. Fig. 1 に示す。app. Fig. 1 から、P-PI (Case 1) の極配置設計は 1 パラメタチューニングであったが、逐次線形化によって k_{vp} と k_{vi} を同時に調整することで、高帯域化が図られていることが分かる。ところが、Fig. 7 に示した SRC-P-PI 制御に比べると、自己共振相殺制御を適用していないため、速度制御の帯域が低く抑えられている。

2. PID 制御器設計

本節では、周波数応答に基づく負荷側位置の PID 制御の設計法について述べる。ブロック図を Fig. 5(c) に示す。

〈2・1〉 設計手法 本手法は以下のステップからなる。

Step 1. 極配置設計による C_{pid} 初期ゲイン設定

PID 位置制御器を 2 次モデルに対する極配置により設計する。PID 制御器の伝達関数を (付 1) 式に定義する。

$$C_{pid}(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + \frac{k_d s}{\tau_d s + 1} \dots \dots \dots \text{(付 1)}$$

制御入力から位置までの伝達関数 P_n/s に対する位置閉ループ系の根を $(s + \omega_p)^4$ に極配置するゲインは、(2) 式および (付 1) 式から⁽²⁵⁾

app. Table 1. Design results (P-PI control).

	k_{vp}	k_{vi}	ω_v, Ω_{gc} [rad/s]	k_{pp}	Note
P-PI (Case 1)	9.31	62.8	$\omega_p = 12.3$	15.8	PP
P-PI (Case 2)	6.99	228	$\Omega_{gc} = 12.8$	7.03	PP→SCP

app. Table 2. Design results (PID control).

	k_p	k_i	k_d	τ_d	ω_p, Ω_{gc} [rad/s]	Note
PID (Case 1)	264	1760	13.3	0.0102	$\omega_p = 24.9$	PP
PID (Case 2)	313	3150	13.0	0.0102	$\Omega_{gc} = 13.2$	PP→SCP
PID (Case 3)	325	3810	12.9	0.0100	$\Omega_{gc} = 14.0$	PP→SCP→NM

$$\left\{ \begin{aligned} k_p &= \frac{M_n^2 \omega_p^3 (15 M_n \omega_p - 4 B_n)}{(B_n - 4 M_n \omega_p)^2}, k_i = \frac{M_n^2 \omega_p^4}{B_n - 4 M_n \omega_p} \\ k_d &= \frac{(3 M_n \omega_p - B_n)^4}{(4 M_n \omega_p - B_n)^3}, \tau_d = \frac{M_n}{4 M_n \omega_p - B_n} \end{aligned} \right. \text{(付 2)}$$

で与えられる[†]。

位相余裕・ゲイン余裕および感度関数の最大値の制約を満たす最大の ω_p を 2 分法で探索し、 C_{pid} の初期ゲインを決定する。これを PID (Case 1) と定義する。

Step 2. 逐次線形化による C_{pid} ゲインの最適化

第 3.3 節 Step 3 と同様に逐次線形化により k_p, k_i, k_d を最適化する⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾。PID 制御であるため、 $\phi(j\omega_k) = [1, \frac{1}{j\omega_k}, \frac{j\omega_k}{\tau_d j\omega_k + 1}]^T, \rho = [k_p, k_i, k_d]^T$ と定義する。ここで、 τ_d は極配置設計で求めたものに固定していることに注意されたい。感度関数の重み m は位置制御であるため $m = 3$ とおいた。これを PID (Case 2) と定義する。

Step 3. Nelder-Mead 法による τ_d も含めた最適化

Step 2 のゲインを初期値に、疑似微分の時定数 τ_d も含めた (付 3)–(付 7) 式で示される非線形最適化問題を Nelder-Mead 法により解く。これを PID (Case 3) とおく。

$$\text{maximize}_{\rho, \tau_d} \quad \Omega_{gc} \quad \cdot \text{(付 3)}$$

$$\text{subject to} \quad \left| \frac{\Omega_{gc}}{j\omega_k} \right|^m - |1 + L(j\omega_k, \rho)| \leq 0, \forall k \cdot \text{(付 4)}$$

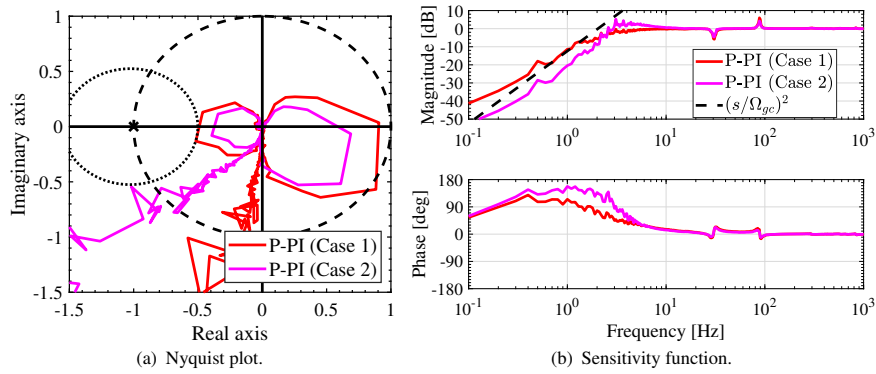
$$\frac{1}{M_S} - |1 + L(j\omega_k, \rho)| \leq 0, \forall k \cdot \text{(付 5)}$$

$$r_m - |L(j\omega_k, \rho) + \sigma| \leq 0, \forall k \cdot \text{(付 6)}$$

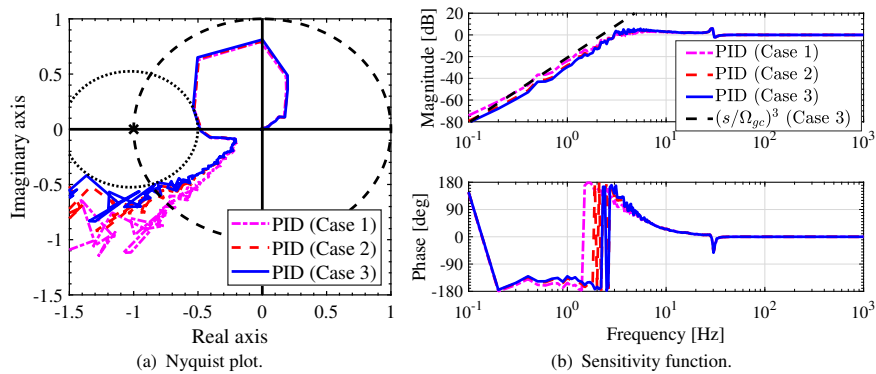
$$0 \leq \rho, 0 \leq \tau_d \quad \cdot \text{(付 7)}$$

〈2・2〉 設計結果 設計結果を app. Tab. 2 と app. Fig. 2 に示す。app. Fig. 2(b) から、極配置による 1 パラメタチューニング、逐次線形化による 3 パラメタチューニング、非線形最適化による 4 パラメタチューニングによって少しずつ帯域が上がっている。ところが、ノンコロケート側の位置のみを FB しているため、1 次共振の位相が安定性を損なう方向であり、これが帯域を制限していることが分かる。

[†] 周波数特性より、制御入力から位置までの制御対象にバネ性を含めていないが、バネ性がある場合でもゲイン 4 自由度に対して極が 4 個であるためノミナルモデルへの任意の極配置が可能である。



app. Fig. 1. Design results of the velocity loop (P-PI control).



app. Fig. 2. Design results of the position loop (PID control).

大西 亘 (正員) 2013年3月東京大学工学部電気電子工学科卒業。2015年3月同大学大学院新領域創成科学研究科先端エネルギー工学専攻修士課程修了。2018年3月同大学大学院工学系研究科電気系工学専攻博士課程修了。同年4月より東京大学大学院工学系研究科電気系工学専攻の助教となり現在に至る。モーションコントロールに関する研究に従事。計測自動制御学会, IEEE 会員。

